

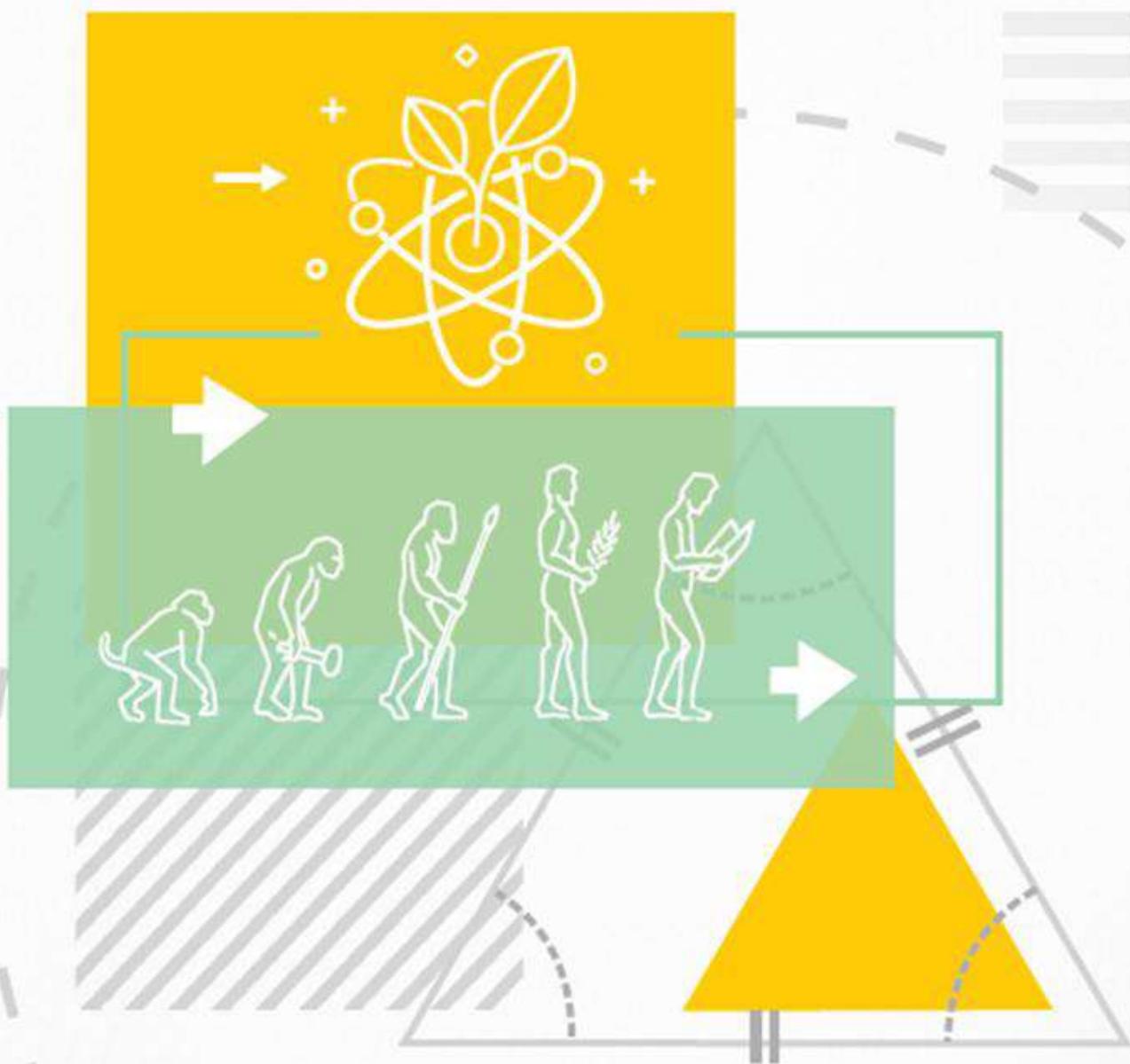


UNIVERSIDAD  
Popular del Cesar

Revista en Educación

# REMACINAS

Matemáticas, Ciencias Naturales y Sociales en el Caribe





**Director: Dr. Teovaldo García Romero.**

### **Comité editorial**

Dr. Isidoro Gordillo Galvis, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

Dra. Katuska González González, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

Dra. María Mercedes Colina, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

Msc. Omar Trujillo Varilla, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

Msc. Daniel Meza Payares, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

Msc. David Uribe, Universidad de la Guajira, Riohacha, Colombia

### **Comité académico**

Dr. Lacides Baleta, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

Msc. Armando Aroca Araujo, Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia

Msc. Juan Bautista Pacheco Fernández, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

Msc. Romelio González Daza, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

### **Comité científico**

Dr. Luis Ángel Bohórquez Arenas, Universidad Distrital “Francisco de Paula Santander” Bogotá – Colombia.

Dr. Teovaldo García Romero, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

Dr. Isaías Miranda, Instituto Politécnico Nacional de México. (I.P.N), Ciudad de México, México

Dr. Sircarlos Molina Retamoso, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

Dr. Leonardo Martínez Arregocés, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

Dr. Julio Romero Pabón, Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia

Dr. Marlon de Jesús Rondón Meza, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

Dr. Fabio Fidel Fuentes Medina, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia.



## Contenido

Editorial.....	4
La Historia de las Matemáticas como vector en la formación de profesores de Matemáticas .....	5
Problemas de los estamentos estudiantes/docentes en el proceso del desarrollo del pensamiento numérico y sistemas numéricos. ....	11
La medida en el contexto escolar y agrícola en la comunidad arhuaca.....	17
Explorando huellas ancestrales de grupos diferenciados en comunidades indígenas de la Región Caribe Colombiana a través de una propuesta de Etnomatemática Comparada .....	26
Una aproximación a la solución de los tres problemas sin solución con regla y compas de la antigua Grecia, utilizando en software Geogebra .....	32
Construcciones dinámicas otra forma de abordar el conocimiento matemático.....	41
La enseñanza de la distribución de Poisson a través de la ingeniería didáctica en estudiantes de educación superior.....	52
Efecto de la estrategia lúdico-pedagógica, articulada a los procesos de resolución de problemas de tipo numérico.....	57
La evaluación de los aprendizajes en la universidad popular del cesar: una mirada desde las creencias del docente. ....	66



## Editorial.

La revista REmaCiNaS, es el órgano de difusión de trabajos científicos arbitrados, de la Matemática, la Educación Matemática, las Ciencias Naturales, las Ciencias Sociales, la Ciencia, Tecnología e Innovación y la Educación en general; del Departamento de Matemáticas y Estadística, de los programas de las Licenciaturas de Matemáticas y Física; Licenciatura en Matemática, adscritos a la Facultad de Ciencias Básicas y de la Educación, de la Universidad Popular del Cesar; en la cual se publican: investigaciones, revisiones documentales y reseñas de libros.

REmaCiNaS, surge de la necesidad de tener un medio de difusión propio, en el campo de la Educación en General y de la Educación Matemática y científica, que permita a los grupos de investigación avalados y categorizados por Colciencias, adscritos a los programas de las Licenciaturas de Matemáticas y Física; Licenciatura en Matemática, tener interacción académica con las comunidades científicas, Nacionales e Internacionales, a través de las publicaciones de artículos científicos.

Iniciamos edición en el año 2021, II-Semestre (Julio-Diciembre), con el Primer Volumen de REmaCiNaS. Esta publicación contribuye, a la visibilidad de los productos de investigación de la Facultad de Ciencias Básicas y Educación, por ende de la Universidad Popular del Cesar, en un intenso año de trabajo, hacía distintos horizontes orientados a la convocatoria y comienzo de nuevos retos, para los colaboradores, autores, árbitros, correctores, diseñadores y a la editorial Unicesar, que nos acompañan en esta nueva aventura, en los procesos de la globalización de la investigación, en términos generales y específicos en los ejes temáticos objetos de estudio y publicación de REmaCiNaS.

Esta primera edición, permite avanzar en el propósito de la construcción de una comunidad académica, científica, innovadora, crítica-reflexiva, integral, sistemática, imperecedera, que busca la generación de conocimientos, y la articulación con la realidad social de la investigación globalizada y glocal de su hábitat, comprometida con la Región Caribe y Cesareense, en un marco de pluralidad, integralidad, pertinencia, pertenencia, ética y lógicamente, articulada con las colectividades del futuro de la Matemática, la Educación Matemática, las Ciencias Naturales, las Ciencias Sociales, la Ciencias, la Tecnología e Innovación, que sean parte de su vida, para pensar y justificar lo que ocurre en el espectro científico investigativo y solucionar situaciones con estas disciplinas del conocimiento, cumpliendo el doble objetivo de promover, fomentar y difundir, la escritura de artículos de investigación de profunda particularidad y rigor en las disciplinas que hacen parte integral de REmaCiNaS.

Instamos una cordial invitación, a la comunidad académica y científica global y glocal, a participar en REmaCiNaS, enviando sus productos y esperando que este año sea productivo para ubicar la visibilidad investigativa de los programas de Licenciatura de Matemáticas y Física; Licenciatura en Matemática, de la Universidad Popular del Cesar, en el lugar competitivo que permita ser atractivos al sector empresarial Local, Regional, Nacional e Internacional.

**Dr. Teovaldo García Romero.**  
**Director REmaCiNaS.**



## La Historia de las Matemáticas como Vector en la Formación de Profesores de Matemáticas

Edgar Alberto Guacaneme Suárez, guacaneme@pedagogica.edu.co, Universidad Pedagógica Nacional

### Resumen.

Se ofrece una visión sobre la formación de profesores de Matemáticas que revela algunos importantes problemas de los procesos y resultados de esta y se postula la Historia de las Matemáticas como un componente fundamental a favor de la organización y construcción del conocimiento del profesor de Matemáticas. Particularmente se evidencia el lugar de la Historia de las Matemáticas como contexto para precisar decisiones sobre el conocimiento matemático, plato fuerte en la formación del profesor, organizador del conocimiento didáctico del contenido matemático, instrumento para establecer nexos entre la formación y el ejercicio profesional, y posibilidad para reconstituir las versiones proto y para-matemáticas del conocimiento.

**Palabras claves.** Historia de las Matemáticas; Formación de profesores de Matemáticas.

### 1. Presentación

El vínculo profesional con la formación de profesores de Matemáticas y el estudio del conocimiento del profesor de Matemáticas ha constituido el ambiente propicio para identificar, de manera crítica, algunos problemas en los programas y procesos que se ocupan de esta. Esta visión implica la necesidad de proponer alternativas que procuren aportar a la solución de tales problemas. En esta dirección, la incorporación de la Historia de las Matemáticas como vector organizador de la formación de profesores de Matemáticas se postula como una contribución fundamental, basada en el potencial que ella posee y que ha sido explicitado desde la investigación en los campos de la Educación Matemática y la Educación del Profesor de Matemáticas.

A continuación, y con la intención de proponer maneras alternas de pensar la formación de profesores de Matemáticas sobre las cuales se sustenten nuevas estrategias de promover tal formación, presentamos un prefacio, una polémica visión de los problemas referidos antes y algunos aspectos sobre la potencialidad de la Historia de las Matemáticas en pro de la formación de profesores de Matemáticas.

### 2. Desarrollo de la temática

#### 2.1 Prefacio

Dos de los libros escritos por Morris Kline (1973, 1977) constituyen una muestra invaluable de la crítica que este polémico matemático hace a la educación en matemáticas en la escuela y la universidad, respectivamente. En efecto, en su famoso libro conocido más por su subtítulo “¿Por qué Juanito no sabe sumar?”, critica la apuesta por la Matemática Moderna para la enseñanza escolar de las Matemáticas; entre tanto, en su no tan conocido libro, titulado “*Why the professor can't teach?*” y subtítulo “*Mathematics and the dilemma of university education*”, más que criticar al profesor de Matemáticas, critica el sistema de educación en matemáticas en las universidades a través del cual se forman tales profesores.



Desde la mirada de Kline puede interpretarse entonces que lo que se hace y se logra en cuanto a la formación de los profesores de Matemáticas en las instituciones a cargo de ello, puede y debe ser objeto de revisión para procurar mejoras en la formación y acción docente en las aulas de las escuelas. Asumimos entonces ello como una invitación.

## 2.2 Una visión sobre la formación de profesores de Matemáticas.

La mirada a la historia de la formación de profesores de Matemáticas en Colombia en los últimos cincuenta años devela la existencia de un paradigma de formación centrado en las Matemáticas y hasta organizada curricularmente por estas. En torno a este paradigma ha habido, en general, transformaciones óno sustanciales, como aquellas que le han asignado un lugar a los discursos provenientes de la Didáctica de las Matemáticas o de la Educación Matemática, auspiciadas por reformas normativas estatales y por el estado de desarrollo de estos ámbitos académicos.

Este paradigma está anclado en una manera de organización de las matemáticas que data de poco más de un sesquisiglo y que se corresponde con subdisciplinas de las Matemáticas (v.g., Álgebra, Geometría, Cálculo, Estadística, etc.). Esta dependencia tan poco actualizada amerita una seria y profunda reflexión pues puede no ser la más adecuada para las necesidades actuales de la formación matemática de los profesores del siglo XXI ni corresponderse con las organizaciones deseables para las matemáticas escolares.

Detrás de esa preponderancia de las Matemáticas y de su organización, hay una aserción que si bien es verdadera, ha sido mal interpretada: “hay que saber Matemáticas para poder enseñar Matemáticas”. “Saber Matemáticas” se ha interpretado bajo la siguiente cadena de afirmaciones: “saber matemáticas es hacer matemáticas”, “hacer matemáticas es demostrar”, por tanto, hay que “saber demostrar”, y en consecuencia, “hay que saber Matemáticas hipotético deductivas o teóricas”, así, “hay que saber teorías matemáticas”. Esto ha llevado a desconocer que las Matemáticas son mucho más que teorías; por ejemplo, son formas de pensar o razonar, son modos heurísticos de identificar y abordar problemas, tienen ámbitos externos de surgimiento y uso; no proceden solo de modo hipotético-deductivo, son falibles, etc. La segunda parte de la aserción también podría ser objeto de cuestionamiento, pues “enseñar Matemáticas” puede ser interpretado de diversas maneras y dependiendo de cada interpretación se impondrían condiciones respectivas a los programas de formación.

Volviendo a las interpretaciones de “saber Matemáticas” es recomendable recordar que Kline (1977, pp. 122-123) señalaba la existencia de un problema referido a la creencia errónea, de algunos formadores de profesores de Matemáticas, que reseña que el aprendizaje de temas abstractos de las Matemáticas (como la Teoría de grupos) permite a los futuros profesores una visión especializada sobre temas escolares (como la suma de fracciones); como consecuencia de ello se sigue que los profesores deben conocer es la versión más abstracta y generalizada posible de las Matemáticas, asunto cuestionado por el mismo Kline.



Un problema adicional, que fue tan solo nombrado antes, refiere a que la apuesta de formación matemática está de espaldas a la organización curricular de las matemáticas escolares y no logra establecer diálogo con esta. Se hace, así, una formación matemática a-cultural, a-social, a-temporal y a-histórica. Para validar ello basta comparar los cambios curriculares en matemáticas en nuestro país en las dos recientes décadas con las exiguas, si al caso existentes, transformaciones de un curso de matemáticas de un programa de formación inicial.

Este problema se vincula con otro señalado por Félix Klein (1924) bajo la expresión “doble discontinuidad”, problema vigente casi un siglo después de ser enunciado. De manera sintética lo que el autor está planteando es que el futuro profesor ha estudiado una matemática en la escuela, y luego otra matemática en su formación universitaria, presentándose una primera discontinuidad; luego enfrenta una segunda discontinuidad cuando comienza a ejercer la docencia, porque no identifica nexos entre las matemáticas universitarias que aprendió y las de la escuela que debe enseñar.

El listado de problemas incorpora otros relacionados de manera indirecta con las Matemáticas, o si se prefiere, de manera directa con las metamatemáticas. Uno de ellos refiere al lugar y expresión de la Didáctica de las Matemáticas en la formación de profesores. Este problema tiene diversas manifestaciones, tales como la necesidad de una transposición didáctica de teorías surgidas en aquella (v.g., la teoría de las situaciones didácticas o la teoría de los campos conceptuales) para procurar una incidencia directa en el quehacer docente (que trascienda el uso instrumental, por supuesto). Otra manifestación alude a la exigua apropiación y uso en la formación del profesor de Matemáticas, de resultados investigativos del campo de investigación de la Educación Matemática, asunto evidenciado a través de trabajos de investigación del campo de la Educación del Profesor de Matemáticas (Rojas, 2014; Muñoz & Amado, 2015). Una tercera manifestación refiere a la necesidad de reivindicación de la trascendencia de la Didáctica de las Matemáticas en la formación de profesores de Matemáticas, particularmente en la configuración del conocimiento didáctico del contenido matemático y del conocimiento curricular de las matemáticas.

Este marco de problemas debería ser discutido y atendido de manera urgente y denodada por la comunidad de académicos vinculada a la formación de profesores de Matemáticas. Bajo este supuesto presentamos a continuación la aproximación lograda y una apuesta de solución.

### **2.3 Potencial de la Historia de las Matemáticas a favor del conocimiento del profesor de Matemáticas.**

En esta parte se intentará mostrar el potencial de la Historia de las Matemáticas para abordar los problemas enunciados antes y, eventualmente, para participar de su solución. En este sentido argumentaremos a favor del lugar de la Historia de las Matemáticas como contexto para precisar decisiones sobre el conocimiento matemático, plato fuerte en la formación del profesor, organizador del conocimiento didáctico del contenido matemático, instrumento para establecer nexos entre la



formación y el ejercicio profesional, y posibilidad para reconstituir las versiones proto y para-matemáticas del conocimiento. Veamos de manera general cada uno de estos.

En el capítulo titulado “Conflictos para precisar el conocimiento disciplinar del profesor de Matemáticas” (Guacaneme, 2013) se logra presentar una fina argumentación acerca de las dificultades que se tendrían para establecer de manera única el conocimiento disciplinar (*Subject Matter Knowledge*) del profesor de matemáticas, entendido este como una conjunción de tres elementos, a saber: el conocimiento del contenido, de las estructuras sustantivas y de las estructuras sintácticas. Los conflictos allí señalados, correspondiéndose con sendos elementos, son: la imposibilidad de definir de manera única los conceptos y hechos matemáticos principales, la existencia de ambigüedad en el establecimiento de los paradigmas en el desarrollo de las Matemáticas y, la falta de precisión sobre asuntos como la verdad, el rigor y la demostración en Matemáticas. Estas dificultades emergen al examinar minuciosamente cada una de estas dimensiones desde perspectivas históricas y filosóficas de las Matemáticas; sin tal aproximación, difícilmente los problemas y opciones para la toma de decisiones sobre el conocimiento disciplinar se harían ostensibles.

La idea de Historia de las Matemáticas como plato fuerte en la cena que deguste el futuro profesor de Matemáticas está contenida y desarrollada en un artículo (Torres, Guacaneme y Arboleda, 2015) y una comunicación (Torres & Guacaneme, 2013) presentada en un evento académico internacional. Esta idea implica considerar la posibilidad que la Historia de las Matemáticas constituya una línea fundamental para la formación del profesor de Matemáticas, quizá con el mismo nivel de protagonismo de las Matemáticas o de la Didáctica de las Matemáticas. En este sentido el reto sería precisar las intenciones de la formación histórica, el tipo de Historia deseable, las estrategias metodológicas pertinentes, etc. En relación con ello, se reconoce un importante avance en la tesis doctoral de Guacaneme (2016). En esta, por ejemplo, con respecto a las intenciones se señala que el estudio de la Historia de las Matemáticas se realizaría para dotar al profesor de visiones de la actividad matemática, de las Matemáticas, del conocimiento matemático y de los objetos matemáticos, así como para dotarlo de miradas epistemológicas y del pensamiento matemático, maneras de enseñar e insumos para el aula y el currículo, y de competencias personales y profesionales. Bajo esta metáfora gastronómica se reconoce también un lugar para la Historia como entrada o como postre. En estas usualmente se le asigna a la Historia de las Matemáticas un valor utilitario básico y no logra concretarse una conexión del discurso histórico aprendido con las prácticas pedagógicas profesionales del profesor de Matemáticas.

La Historia de las Matemáticas tiene también el potencial de constituirse en organizador del conocimiento didáctico del contenido matemático. Esto se evidenció al mirar sistemáticamente el desarrollo de un curso de didáctica de la Aritmética y el Álgebra de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (Mora & Guacaneme, 2014).

Asimismo, se ha verificado que la Historia establece nexos entre la formación y el ejercicio profesional (Furinghetti, 2004), constituyéndose en una herramienta para encarar el problema de la doble discontinuidad reseñado antes. En (Li, Huang & Shin, 2008) se describe que esta opción también fue considerada para enfrentar dicho problema en Corea. Ahora bien, el trabajo de Paolo



Boero (1989) exhibe un potencial adicional de la Historia de las Matemáticas, pues esta ofrece un camino para reconstituir las matemáticas en su versión protomatemática y paramatemática, para a partir de ello desarrollar con niños experiencias de aprendizaje matemático.

### 3. Conclusiones

Lo anteriormente expuesto ofrece no solo un marco de problemas, sino sobre todo una apuesta por una posible alternativa de solución en la que la Historia de las Matemáticas se constituye en vector fundamental que oriente una reforma curricular para formar profesores de Matemáticas para el siglo XXI; una apuesta por el pasado para un futuro posible. O Como sabiamente dicen los indígenas nasa: “el futuro está atrás”.

### 4. Referencias bibliográficas

- Boero, P. (1989). Utilización de la Historia de las Matemáticas en clase con alumnos de 6 a 13 años. *SUMA*, 3, 17-28.
- Furinghetti, F. (2000). The history of mathematics as a coupling link between secondary and university teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(1), 43-51.
- Guacaneme, E. A. (2013). Conflictos para precisar el conocimiento disciplinar del profesor de Matemáticas. En: C. Dolores, M.d.S. García, J. Hernández y L. Sosa. (Eds). *Matemática Educativa: La formación de profesores* (pp. 77-95). México: Ediciones Díaz de Santos S.A.
- Guacaneme, E. A. (2016). *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas*. Tesis no publicada del Doctorado Interinstitucional en Educación – Énfasis en Educación Matemática. Cali: Universidad del Valle.
- Klein, F. (1924). *Matemática Elemental desde un punto de vista superior*. Nivola Libros y Ediciones, S.L.
- Li, S., Huang R. & Shin, H. (2008). Discipline Knowledge Preparation for Prospective Secondary Mathematics Teachers: An East Asian Perspective. En P. Sullivan and T. Wood (eds.), *Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development*, (pp. 63–86). Sense Publishers.
- Mora, L. C. & Guacaneme, E. A. (2014) La Historia de las Matemáticas como organizador curricular a favor del Conocimiento Didáctico del Contenido. Conferencias presentada en el *XII Coloquio Regional de Matemáticas y II Simposio de Estadística*. Universidad de Nariño. San Juan de Pasto.
- Morris, K. (1973). *Why Johnny can't add: the failure of the new math*. New York: St. Martin's Press.
- Morris, K. (1977). *Why the professor can't teach?: Mathematics and the dilemma of university education*. New York: St. Martin's Press.
- Muñoz, J. M. & Amado, A. (2015). *Caracterización del conocimiento que debería poseer el profesor de matemáticas respecto a razón, proporción y proporcionalidad*. Tesis no



publicada de Maestría en Docencia de la Matemática. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

- Rojas, C. (2014). *¿Enseñamos a los profesores de Matemáticas aquello que nos enseña la investigación en didáctica de la derivada?* Tesis no publicada de Maestría en Docencia de la Matemática. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Torres, L. A. & Guacaneme, E. A. (2013) La Historia de las Matemáticas en la formación inicial de profesores de Matemáticas en Colombia. Comunicación presentada en el *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. (Montevideo, Uruguay).
- Torres, L. A., Guacaneme, E. A. & Arboleda, L. C. (2015). La Historia de las Matemáticas en la formación de profesores de Matemáticas, *Quipu, Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología*, 16(2), 203-233.



## Problemas de los Estamentos Estudiantes/Docentes en el Proceso del Desarrollo del Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos.

Teovaldo García Romero<sup>1</sup>  
teovaldogarcia@unicesar.edu.co

Hamilton Jair García Castro<sup>2</sup>.  
hjgarcia@urbe.edu.

### Resumen

Este trabajo, analizó las dificultades y potencialidades que presentan los estudiantes y docentes en el desarrollo del pensamiento numérico y sistemas numéricos, en la enseñanza de la Educación Básica Secundaria, y Media del Departamento del Cesar. Esta temática se originó, a partir de las preocupaciones y reflexiones producto de las interacciones con los docentes en los diferentes talleres y capacitaciones brindadas por los autores del presente documento; en los cuales, se evidenciaron que en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje, la integralidad de las matemáticas escolares propias del pensamiento numérico, con los estudiantes y el contexto, se desarrollan de manera independientes, como si ellos no existieran; con metodologías tradicionales y obsoletas, las cuales no conciernen con las necesidades propias del siglo XXI. Por ende hoy, la globalización de la investigación matemática, le apunta a aquellos elementos que privilegien la posibilidad de construir el saber matemático desde una prospectiva interdisciplinar. El alcance de las conclusiones y recomendaciones abarcan, asesorías y acompañamientos a las diferentes Secretarías de Educación del Departamento. Por esta razón, la metodología empleada fue la combinación de la investigación exploratoria con la investigación concluyente; fundamentada ésta última en el diseño descriptivo.

**Palabras clave:** Pensamiento numérico, número, operaciones, educación matemática.

### Abstract.

This paper analyzed the difficulties and potentialities that students and teachers have in the development of numerical thinking and number systems, in the teaching of Secondary, and Middle Education in the Department of Cesar. This theme originated from the concerns and reflections resulting from the interactions with teachers in the different workshops and training provided by the authors of this document; in which, it was evident that in the development of the teaching-learning process, the integrality of school mathematics proper to numerical thinking, with the students and the context, are developed independently, as if they did not exist; with traditional and obsolete methodologies, which do not concern the needs of the 21st century. Therefore today, the globalization of mathematical research, points to those elements that privilege the possibility of building mathematical knowledge from an interdisciplinary perspective. The scope of the conclusions and recommendations cover, advice and accompaniment to the different Department Secretaries of Education. For this reason, the methodology used was the combination of exploratory research with conclusive research; based on the latter in the descriptive design.

**Keywords:** Numerical thinking, number, operations, mathematical education.

## 1. INTRODUCCIÓN.

---

<sup>1</sup> Lic. Esp. Msc. Dr. Docente Universidad Popular del Cesar.

<sup>2</sup> Ing. Msc. Dr. Docente Unad



Las matemáticas y la formación matemática forman parte de la educación obligatoria en todas las esferas académicas del tejido social-cultural de las comunidades, del orden glocal y global; contribuyendo así de esta manera plenamente al desarrollo cultural y económico. Por ende, a la construcción de la formación individual y a la integración social de las colectividades. Esto indudablemente, puede constatarse desde diferentes puntos de vista; puesto que las matemáticas constituyen una disciplina que, a lo largo de su evolución histórica, ha dado respuesta a necesidades sociales y científicas en todas las civilizaciones proporcionando instrumentos para construir un mundo inteligible basado en la construcción del conocimiento, lo cual les confiere un papel preponderante en los modos cultural de las diferentes sociedades, (García y García, 2015).

De igual manera, su misma naturaleza, le imprime características esenciales, significativamente tangibles en las nociones y estructuras que la conforman, impulsando y asistiendo de manera singular a la formación del hombre-contexto y lógicamente al desarrollo de sus facultades y capacidades competitivas en esta sociedad globalizada. Así como también, al cultivo de su grafía. Finalmente, las matemáticas proporcionan herramientas para la investigación, visibles a través de la modelación en el desarrollo económico e innovativos, tendientes a la construcción de riqueza, a la formación de profesionales aptos competitivamente para su desempeño en la vida laboral, por lo cual constituye parte importante del patrimonio en tiempo presente y real, en la modelización de los avances de la ciencia y la tecnología de las comunidades científicas revertidos estos en las colectividades en términos generales, (García y García, 2015).

Por otra parte, los referentes legales de este trabajo están sustentados, en los fundamentos jurídicos universales de la Ley General de Educación Colombiana (ley 115 de 1994), Lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998) y Estándares Básicos de calidad de matemáticas (MEN, 2003). Donde inexcusablemente, inciden en los planteamientos actuales de la educación en general y la educación matemática escolar Colombiana en particular. Por ende, proponen organizar el currículo relacionando, procesos generales, conocimientos básicos y contexto, (MEN, 1998. p. 35-36). En tal sentido, el MEN, plantea que para el área de matemáticas, específicamente se hace énfasis en tres grandes aspectos, presente en toda actividad matemática: Procesos Generales, Conocimientos Básicos y el Contexto.

En ese orden de ideas, la temática a trabajar se organiza en cinco tipos de pensamiento: Pensamiento numérico y sistemas numéricos; Pensamiento espacial y sistemas geométricos; Pensamiento métrico y sistemas de medidas; Pensamiento aleatorio y sistemas de datos; Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Finalmente, se formulan los estándares por grupos de grados, desde el Preescolar hasta la Educación Media.

En concomitancia con lo anterior, es importante destacar que el origen de la problemática que motiva esta responsabilidad, está relacionado con las constantes especulaciones que se escuchan por parte de los docentes y estudiantes con respecto a las dificultades y potencialidades de los estudiantes y docentes en el desarrollo del pensamiento numérico y sistemas numéricos en situaciones tales como:



¿En la estructuración y construcción del pensamiento numérico y los sistemas numéricos, se insinúa que cada uno pueda llevarse a cabo de forma independiente y desligarse de los demás? ¿El asumir que el pensamiento numérico, es abordable en varios grados de educación, implica que se haga una reflexión en torno a las relaciones entre los procesos implícitos y explícitos que puedan desarrollar los estudiantes? ¿De qué manera afrontar los conocimientos básicos que posee el pensamiento numérico y cuál el tipo de contextos que pueden ser aprovechados para que los estudiantes desarrollen competencias matemáticas?

Entonces, el argumento central gira en torno a analizar las dificultades y potencialidades que presentan los estudiantes y docentes en el desarrollo del pensamiento numérico y sistemas numéricos, para así poder construir y fomentar un conocimiento reflexivo crítico que, junto con el conocimiento especializado, consoliden la capacidad de los individuos para actuar en esta sociedad convulsionada por la globalización de la educación. Además, es una investigación del servicio educativo que muestra la realidad de una situación que necesita la atención y actualización, por parte de las autoridades educativas; de ahí que el significado de este estudio, está en la aplicación práctica, orientada a la búsqueda de soluciones a la situación problémica de acuerdo a los hallazgos encontrados, con base en las conclusiones y recomendaciones, (García y García, 2015).

## **2. MÉTODO.**

La metodología empleada, fue la combinación de la investigación exploratoria con la investigación concluyente; fundamentada ésta última en el método estadístico, que es el que corresponde al diseño descriptivo. Para ello, se tomó la población estudiantil incluyendo los de la Básica y la Media de 136.748, y para los docentes de 4.681, con una muestra significativa para los estudiantes así: Básica 2.335; Media 2.183. De igual manera, para los docentes la muestra fue de 517.

Para recabar la información requerida, se aplicó a las muestras seleccionadas un cuestionario tipo Likert, el cual sus respuestas fueron categorizadas y sistematizadas, a través de la aplicación en forma reiterativa de la estadística, teniendo en cuenta el baremo construido por los autores, para hacer el análisis y la discusión de los resultados; por ende, finalmente lograr los objetivos propuestos y, las conclusiones finales.

## **3°. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.**

### **3.1°. Análisis de datos.**

#### **a) Para los estudiantes.**

#### **1°. Comprensión de los números y la numeración.**

Cuando el profesor abordó la temática en comento, (Rico, 1987), (Rico, y Lupiáñez, 2008), el 61,4%, de los docentes sólo se limitó a su utilización trivial como contar y muy poco a la comprensión conceptual de los mismos, en forma aislada de los diferentes significados de acuerdo al contexto.



## **2°. Comprensión del concepto de las operaciones.**

Al trabajar la temática propuesta, (NCTM, 1989; Dickson, 1991; Rico, 1987; McIntosh, 1992), el 64%, de los estudiantes coligen que el docente reconoce el significado de las operaciones en contextos concretos y las relaciones entre ellos. Pero no reconocen los diferentes tipos de situaciones de la adicción y sustracción.

## **3°. Comprensión significativa del sistema de numeración.**

El 67,4%, de la Básica conceptuaron que lo fundamental no es la apreciación del tamaño de los números, sino su estructura, organización y regularidad. Como también, se enfatizó en contar, agrupar y el uso del valor posicional. No obstante, el 71, %, de la Media, afirmaron que no se enfatizó en que, el sistema se basa en el principio de agrupaciones sucesivas, mientras que se enfatizó en que la comprensión del valor posicional es esencial en el desarrollo de conceptos numéricos.

## **4°. Comprensión de las propiedades matemáticas de las operaciones.**

El 69,4%, afirman que se enfatizó en la capacidad de manejar, los números con solvencia y las propiedades en la solución de problemas de la vida cotidiana. No obstante, se centró en resaltar la importancia de los enunciados y algunas reglas, y no a la capacidad de manejar las propiedades de las operaciones.

### **b) Para los docentes.**

#### **1°. Nivel académico.**

De acuerdo a los guarismos de la muestra aplicada a los docentes, se pudo comprobar que el 73%, de los docentes del Departamento del Cesar, poseen título de Licenciado, mientras que el 27% tienen título en otras áreas del conocimiento.

#### **2°. Marco conceptual del pensamiento numérico.**

El 60%, lo considera que es un fenómeno social y cultural, cuya importancia para la sociedad tecnológica es determinante, en la transmisión y modelación de los significados y los valores compartidos a través de las acciones comunicativas, (Sosa, y Carrillo, 2010). Mientras el 40%, lo considera como un conjunto de fenómenos no matemáticos que proveen de significados iniciales a los conceptos que posteriormente se constituyen en saberes matemáticos.

#### **3°. Estructuras Numéricas.**

El 61%, piensan que es un estudio de las competencias cognitivas, que sostienen un dominio significativo de las estructuras numéricas, de su desarrollo, diagnóstico y tratamiento de los errores y dificultades en la comprensión de los escolares sobre estas estructuras, (MEN, 1998). Por último, el 39% piensan que, su cavilación se inicia en la aritmética colegial y en las nociones básicas, de números que dan lugar al sistema de los conceptos básicos del análisis posterior del mismo.

#### **4°. Comprensión del concepto de las operaciones.**

El 57%, de los docentes, no reconocen la comprensión del concepto de las operaciones.



## 5°. Aplicación de los números y las operaciones.

La mayoría resaltan la comprensión, de las relaciones entre el contexto del problema y el cálculo necesario, como también enfatizan en las diferentes estrategias y la necesidad de verificar datos y resultados, (Godino, 2009).

## 6°. Dificultades al trabajar el pensamiento numérico.

La mayoría resaltan, el excesivo número de alumnos por curso; por ende, ese crecimiento desaforado dificulta la apropiación, entendimiento, y manejo en situaciones escolares y del contexto el pensamiento numérico.

## 7°. Concepción sobre la naturaleza de las matemáticas.

El 65%, de los docentes no tiene en cuenta la relación de los objetos matemáticos, con el contexto, visionándola como símbolos estáticos que no interactúan en forma interdisciplinar, (MEN, 2003).

## 4°. Conclusiones.

### Los resultados más relevantes fueron:

a). Los docentes cuando abordaron, el concepto de número y de numeración, se circunscribieron a su práctica y muy poco, a la comprensión conceptual de los mismos, (MEN, 1994, 1989, 2003). Sin embargo, los estudiantes conceptuaron que lo fundamental no era, la operación del tamaño de los números, sino su estructura, organización y regularidad del sistema de numeración en dónde sus unidades se agrupan en decenas, centenas, y así sucesivamente.

b). De igual manera, concluyeron que el concepto de las operaciones no eran los diversos tipos de situaciones de adición, sustracción, multiplicación y división; sino que el fundamento está, en reconocer el significado de las operaciones en contextos concretos, sus modelos usuales, propiedades y efectos como también sus relaciones entre ellas.

c). Los estudiantes expresaron que el docente, sólo hizo referencia al cálculo mental y no a la comprensión de los conceptos, ni al significado de las operaciones para el desarrollo del pensamiento numérico. No obstante, los docentes conceptuaron que ellos resaltan la comprensión de las relaciones entre el contexto del problema y el cálculo mismo, como también enfatizan en las diferentes estrategias y la necesidad de verificar datos y resultados.

## 4°. LAS REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

Dickson, L Brown, M y Gibson, (1991). El aprendizaje de las matemáticas, Barcelona, Editorial Labor, S.A, 1991.



- Inglés, L. (2009). Establecer una agenda para la investigación internacional en educación matemática. En L. English (Ed.), *Manual de investigación internacional en educación matemática* (pp. 3-19). Nueva York: Routledge.
- García R, Teovaldo; García C, Hamilton J, (2015), Artículo publicado en RECME: Revista Colombiana de Matemática Educativa ISSN 25000-5251. Número 1, Vol. 1 Junio-Diciembre de 2015 ISSN 2500-5251 (En línea) <http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME> 207-211.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- NCTM, (1989). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston.
- MEN (1994), *Ley General de Educación 115 de 1994*.
- MEN (2003), *Estándares Básicos de la calidad de las matemáticas*.
- MEN (1998), *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Editorial Magisterio, ISBN: 958-691-0504, Bogotá.
- Mcintosh, A; Reys, B. J. (1992). Marco propuesto para examinar el sentido básico de los números. Para el aprendizaje de las matemáticas 12, 3. FLM Publishing Asociación, White Rock, British Columbia, Canadá.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*. ISSN. 1696-2095. No 17, Vol. 7 (1) 2009, PP: 239-242.
- Rico, Luis; Castro, E, (1987). *Fundamentos para una aritmética escolar*. Madrid, Editorial Síntesis.
- Sosa, L., Carrillo, J. (2010). Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza. (MKT) de matrices en bachillerato. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo & T. A. Sierra. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV*, 569-580. Lleida: SEIEM.



## La Medida en el Contexto Escolar y Agrícola en la Comunidad Arhuaca

Omar Enrique Trujillo Varilla<sup>3</sup>

Isaias Miranda<sup>4</sup>

Ever de la Hoz Molinares<sup>5</sup>

### Resumen.

La investigación hace alusión a las medidas de longitud utilizadas al interior de la escuela de la comunidad indígena arhuaca de la sierra nevada de Santa Marta en dos contextos: el agrícola y el escolar. El estudio realizado se sustentó en la Etnomatemática por la relación empírica y teórica del objeto de estudio; elementos construidos socialmente y que se han transmitido de manera oral a lo largo de la historia. Por otro lado, se usaron las técnicas etnográficas como la entrevista semiestructurada, los cuestionarios para recolectar la información necesaria en el proceso investigativo. La metodología empleada fue la Experiencialista-Vivencialista, cuya finalidad es socavar, extraer conocimientos inmersos en la cultura de la comunidad arhuaca de la sierra nevada de Santa Marta que aún perduran en la memoria histórica. Los informantes estaban conformados por tres profesores del Centro Indígena de Educación Diversificado (CIED), dieciséis estudiantes de los grados sexto y séptimo de la misma institución y un profesor tradicional externo. La categorización y análisis de la información mostró elementos relevantes que permitió inferir que al interior de la escuela se manejan un sistema de medida tradicional en las asignaturas de conocimiento propio y otro sistema (MKS) en el bloque de asignaturas foráneas.

**Palabras clave:** Medidas de longitud; Contexto agrícola; Contexto escolar; Comunidad Arhuaca.

### Abstract

The research refers to the length measurements used within the school of the Arhuaco indigenous people of the Sierra Nevada de Santa Marta in two contexts: the agricultural and the school. The study was based on Ethnomathematics, given the socially constructed and orally transmitted knowledge throughout history and ethnographic techniques such as the semi-structured interview, the questionnaires to collect the necessary information in the research process. The methodology used was Experientialist-Vivencialist, whose purpose is to undermine, extract knowledge immersed in the culture of the Arhuaca community of the Sierra Nevada of Santa Marta that still remain in historical memory. The information was collected with questionnaires, semi-structured interview. The informants were made up of three teachers from the Indigenous Center of Diversified Education (CIED), sixteen students from the sixth and seventh grades of the same institution and an external traditional teacher. The categorization and analysis of the information showed relevant elements that allowed us to infer that within the school a traditional measurement system is handled in the subjects of own knowledge and another system (MKS) in the block of foreign subjects.

**Key words:** Length measures; Agricultural context; School context; Arhuaca Community.

---

<sup>3</sup> Maestría en Matemática Educativa, Instituto Politécnico Nacional, CICATA-Legaria, México. Profesor, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia. Contacto: [omartrujillo@unicesar.edu.co](mailto:omartrujillo@unicesar.edu.co)

<sup>4</sup> Doctor en Matemática Educativa. Profesor del Instituto Politécnico Nacional CICATA-Legaria, Ciudad de México. Contacto: [imirandav@ipn.mx](mailto:imirandav@ipn.mx)

<sup>5</sup> Maestría en Matemática Educativa, Instituto Politécnico Nacional CICATA-Legaria, México. Profesor, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia. Contacto: [everdelahoz@unicesar.edu.co](mailto:everdelahoz@unicesar.edu.co)



## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 Estado del Arte

Existe un interés creciente en las comunidades académicas dedicadas a las investigaciones en Etnomatemática por conocer las distintas maneras en que comunidades autóctonas han construido los conocimientos a lo largo de la historia, como también la manera como son utilizados éstos en las diferentes actividades que desarrollan en sus prácticas comunitarias. Por ejemplo, Parra (2005), en el contexto indígena de la comunidad Ticuna de Macedonia en el Amazonas Colombiano, desarrolló un trabajo investigativo que lo direccionó en dos frentes. En el primero de ellos hizo un acompañamiento académico a docentes de la escuela indígena; el segundo, lo hizo con la comunidad en las actividades tradicionales que se encuentran asociadas con el pensamiento matemático: medir, diseñar, contar y explicar. En el acompañamiento a profesores se orientó a través de unos interrogantes, estos fueron: ¿cuáles son los conocimientos culturales que deben ser rescatados?, ¿quiénes lo poseían?, ¿la comunidad está interesada en rescatar todos sus conocimientos?, ¿cuáles de esos saberes tienen alguna relación con el currículo nacional, que ha sido establecido para todas las instituciones educativas de la nación?

Por su parte, Aroca (2007) realizó una investigación en el contexto indígena arhuaco de la sierra nevada de Santa Marta. Su trabajo hace una descripción de los procesos geométricos empleados por las indígenas arhuacas en el diseño que realizan al hacer sus mochilas. También hace el análisis de estos dibujos desde su cosmogonía, cosmología y cosmovisión. Los Arhuacos utilizan la representación visual y simbólica como medio para expresar su cosmovisión, esto implica que al tratar conceptos como el de simetría se hace necesario el componente simbólico como elemento que contextualiza el concepto a tratar.

En otro trabajo de investigación, Dávila y Soza (2012) realizaron un estudio al pueblo Ulwa, perteneciente a la comunidad de Karawala, de la región Autónoma del Atlántico Sur (RAAS) de Nicaragua. En éste, los investigadores analizaron los conocimientos etnomatemáticos que utilizan en sus prácticas cotidianas. Dentro de los resultados relevantes se encuentran las unidades utilizadas en su sistema de medición como: la vara, la jícara, los nudos en bejucos y otras que se usan para las actividades propias de su entorno. También se encontró evidencia del uso de conceptos geométricos en la construcción de sus viviendas y medición de sus tierras. Con el estudio se buscó la preservación de saberes ancestrales, la restauración, respeto y dignidad del conocimiento que posee el pueblo Ulwa.

Ahora bien, no siempre el conocimiento de una comunidad coincide con el que se enseña en las instituciones educativas. Una investigación relacionada con esta disimilitud es la que elaborada por Quintriqueo y Torres (2012). Ellos resaltan la discrepancia entre el conocimiento que se enseña en las escuelas de la Novena Región de la Araucanía en Chile y el conocimiento ancestral de la comunidad mapuche.

### 1.2 Justificación del trabajo.



La interculturalidad presente en muchos países del mundo ha generado divergencias alrededor de los temas educativos implementados en las instituciones. Esto debido a la descontextualización de las temáticas que se desarrollan al interior de las escuelas. La UNESCO se ha interesado en el tema de la interculturalidad. Esto ha sido de interés por organismos de orden mundial como la UNESCO y en el documento Directrices de la Unesco sobre Educación Intercultural (2006), plantea en el principio I lo siguiente: “La educación intercultural respeta la identidad cultural del educando impartiendo a todos, una educación de calidad que se adecúe y adapte a su cultura”.

Desde esta perspectiva, esta investigación busca en primera instancia, aportar información a las diferentes instituciones que rigen el componente educativo en la región, a través de la identificación de patrones de medidas utilizadas en los contextos de las prácticas comunitarias, actividades socioculturales y en la escuela. Esto permitirá detectar la adaptación u omisión de los instrumentos o patrones de medidas autóctonos de la comunidad Arhuaca al interior de la escuela, buscando comprobar los postulados promulgados por la UNESCO, en cuanto a la adaptación de los desarrollos de contenidos a la cultura de los pueblos.

### **1.3 Planteamiento del Problema.**

La diversidad cultural y los conocimientos construidos socialmente en grupos étnicamente diferenciados de los diferentes países ha suscitado interés de parte de organismos de orden mundial como la UNESCO, quien propone principios que están asociados con: el respeto por la identidad cultural del estudiante y la calidad en la educación impartida adaptada a su entorno cultural, a los conocimientos, actitudes y competencias culturales que se deben proporcionar a los estudiantes para que participe activamente en la sociedad, y al papel de la escuela como ente incluyente de los saberes y generador de espacios de convivencia entre individuos, grupos étnicos, sociales y religiosos y entre naciones.

En el Congreso Internacional en Matemática Educativa (ICME), celebrado en Hamburgo en el año 2016, se remarcó la importancia de considerar al entorno cultural en la enseñanza de las matemáticas y cómo esta consideración acerca a los estudiantes a la realidad, a los problemas sociales y a las cuestiones ambientales, permitiendo que los elementos del entorno permeen el currículo y los estudiantes se apropien del saber matemático con éxito. Con relación a lo anterior, Rosa & Shirley (2016) afirma:

[E]s importante entender que las diversas representaciones socioculturales y conceptos de etno desarrollan distintas ideas, procedimientos, prácticas y dimensiones de espacio y tiempo a través de la relación entre los miembros del grupo en diferentes entornos culturales. Esto puede hacerse mediante la realización de estudios sobre cómo las investigaciones basadas en etnomatemáticas contribuyen a una perspectiva diferente de la naturaleza de las matemáticas, que incluye la valoración y examinar la relación entre los diferentes sistemas matemáticos. (p. 4)

Al respecto, Ubiratan D'Ambrosio (1999), afirma que:



Las prácticas y percepciones de los que aprenden son el sustrato sobre el cual se construye el nuevo conocimiento. Así, el conocimiento nuevo se tiene que basar en la historia individual y cultural de quienes aprenden y se tiene que reconocer la diversidad de las culturas existentes, presente en comunidades específicas, en todo el mundo. Esta es la esencia de una nueva postura educativa llamada educación multicultural. (p. 349)

Ante las directrices de la UNESCO y el contexto mencionado en los párrafos anteriores, la pregunta de investigación de esta investigación es:

¿Cómo están relacionadas los patrones de medidas autóctonos de la comunidad arhuaca de la sierra nevada de Santa Marta en el ámbito escolar y el contexto agrícola?

## 2. MARCO TEORICO

En el estudio realizado sobre “La medida en el contexto escolar y agrícola con los indígenas Arhuacos de la Sierra Nevada de Santa Marta” se utilizó la Etnomatemática por la relación directa de los datos con la investigación y técnicas etnográficas para la recolección de la información; estas no tienen una relación directa, si no con las condiciones metodológicas Padrón (2004).

Las diferentes culturas, entre ellos, los pueblos étnicamente diferenciados muestran en sus prácticas cotidianas saberes propios que aplican a sus juegos y actividades agrícolas; estas situaciones están asociadas con la Etnomatemática y D´Ambrosio (2003) hace énfasis en el proceso que han iniciado muchas culturas de rescatar estos conocimientos que permanecen en la oralidad. Una de las tareas de la investigación es identificar elementos utilizados (medidas) en sus labores cotidianas agrícolas con los desarrollados al interior de la escuela.

En la recolección de la información se utilizaron técnicas etnográficas y no la investigación etnográfica, estas técnicas etnográficas se aplicaron al grupo focal ubicado en el sector de la Granja de Nabusimake en la sierra nevada de Santa Marta.

## 3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.

La metodología utilizada en la investigación fue la Experiencialista Vivencialista. según Padrón (2007), ésta se orienta al desentrañamiento de los significados socioculturales. Aquí la fuente del conocimiento es proporcionada por los sujetos desde su reflexión o sensación. En esta metodología se requiere la convivencia del investigador en el contexto donde se investiga y debe definir su escenario de investigación.

Para la realización de la investigación se siguió la ruta metodológica diseñada por De la Hoz, Pacheco y Trujillo (2015), como se muestra en la imagen 1.



**Figura 1:** Ruta metodológica para investigaciones etnomatemáticas

Fuente: Autores

En primera instancia se hizo una observación general de la comunidad. Esto permitió una visión global de elementos propios de la cultura. En este caso se centra especial atención en la forma como miran el mundo desde su cosmovisión.

A partir del conocimiento general de la cosmovisión del pueblo arhuaco, se realizó una observación focalizada para la obtención de información concreta, complementando la información con entrevistas o cuestionarios con la finalidad de obtener información asociada con la investigación realizada. El paso siguiente en la ruta metodológica fue la identificación de las medidas utilizadas en actividades agrícolas y medidas utilizadas en actividades escolares.

La etapa siguiente se centra en las interpretaciones, significados y comparaciones de las observaciones y entrevistas realizadas a los diferentes actores de la investigación. Este ciclo se repitió con la intención de ir descubriendo elementos culturales que han pasado desapercibidos en el primer proceso.

#### 4. RESULTADOS.

Para la organización de la información sobre las medidas autóctonas se escogieron las categorías y subcategorías correspondientes de acuerdo a la información obtenida de las diversas fuentes así:

**Medida en la Actividad Agrícola (MAG):** Medida autóctonas en la siembra del café (MAC) y Medidas autóctonas en la siembra de hortalizas (MSH).

**Medida en la Actividad Artesanal (MAR):** Medidas autóctonas en la realización de mochilas (MAM).

Para la identificación de los informantes se realizó la siguiente codificación:

Profesor Tradicional: PT#

Estudiante: E#

En entrevista realizada a Jeremías Torres (PT1) se le pregunta: ¿Qué cosas se pueden medir? y respondió lo siguiente: “Se miden muchas cosas como: la distancia entre las matas de café, para esto lo hacemos con la braza, en la siembra de hortalizas usamos la braza y el paso y así nos quedan a igual distancia y organizadas, el tutusoma que usamos los Tetis”.

Consultando al profesor tradicional Juan Antonio Chaparro (PT2) la forma cómo median los arhuacos, respondió lo siguiente:

“Para las medidas en la siembra de hortalizas lo más incipiente es con la mano, con la cuarta, con el jeme y el codo, sobre todo estas medidas. Las mujeres que son mayores que no recibieron una educación formal, que no han ido a ninguna escuela, están midiendo la mochila que tiene una cuarta dicen que ya está bueno. Si quiero que sirva para esto, entonces le debo poner un jeme o un poquito más, la relación que tengo del jeme, si lo reduzco un poquito o lo amplío un poquito. La forma de medir original es el jeme y la cuarta, las extensiones más grandes era con la braza.

En entrevista realizada a la Profesora Betty Arroyo (PT3), contestó a los interrogantes lo siguiente:

¿Quién o quienes le enseñaron a medir por primera vez en su comunidad?

“Bueno, en la comunidad los primeros que nos enseñan a medir son nuestros padres, ejemplo la mamá enseña a medir primero la mochila, el tamaño de la mochila, le enseña a medir también como se debe cortar el vestido del niño, la medida de la pusa. Son los padres los que los que enseñan a medir”.

¿Qué significa “conocimiento propio” en su comunidad?

“Conocimiento propio para nosotros es conocer más de nosotros, es como mantener lo de acá, como la cultura, los contenidos, las normas de comportamiento, como los cultivos, todo eso es conocimiento propio”.

Al ser indagado el profesor tradicional Serkune (PT4) respondió a los interrogantes de la siguiente manera.

¿Usted qué entiende por “conocimiento escolar” dentro de su comunidad?

“Son los saberes que se imparten en la escuela; en nuestro caso la tarea es enseñar primero lo nuestro y después los saberes generados en otras culturas; Entonces los conocimientos escolares son en general todos los saberes que se socializan en la institución educativa”

Las respuestas dadas por los profesores tradicionales a los interrogantes sobre las medidas que usan en los diversos contextos muestran el uso generalizado de medidas como: la braza, la vara, el jeme, el codo, la cuarta, la braza; el uso de estas medidas está asociado con la actividad realizada: Si es la elaboración de mochilas se usan la cuarta, el jeme, el codo; esta actividad es enseñada por las madres a sus hijas. Para la siembra del café y las hortalizas se usa con mayor frecuencia la braza y la vara.

La tabla 1, muestra las respuestas dadas por los estudiantes cuando se les pregunta sobre la medida utilizada para medir la distancia entre las matas de café.

**Tabla 1:** *Pregunta sobre medida usada para distancia entre surcos de las matas de café*

Sujetos	P 5.3 ¿Puedes decir cómo se llama la medida utilizada para que todas las matas de café estén separadas a la misma distancia una de otra?
Estudiantes	E1 “La bara”
	E2 “La medida utilizada para que todas las matas de café estén separadas a la misma distancia se puede utilizar la vara”
	E3 “Metros”
	E4 “Una bara”
	E5 “Vara”
	E6 “Se llama bara”
	E7 “Con una vara”
	E8 “metro”
	E9 “baras”
	E10 “Baras”
	E11 “Vara y con un metro”
	E12 “vara”
	E13 “La bara”
	E14 “A ojo o con metro”
	E15 “Vara”
	E16 “vara”

Fuente: Autores

La respuesta con mayor frecuencia mostrada en la tabla 1, es la vara; esta es una medida tradicional usada en categoría MAG y a la subcategoría MAC.

**Tabla 2:** *Pregunta sobre el uso de medidas tradicionales en la clase de matemáticas*

Sujetos	P 9.1 En las clases de matemáticas, ¿utilizas las mismas medidas que usas para elaborar mochilas, o para medir las distancias entre los surcos de las matas de café?
Estudiantes	E1 “Si se utilizan a veces”
	E5 “Ya es diferente es con metros y centímetros”
	E8 “Si pero muy poco”
	E9 “En la clase de matemática ya es diferente porque utiliza regla, transportador, compas, etc.”
	E10 “No, porque se utiliza regla metro y transportador”
	E12 “Aquí en el colegio utiliza los metro”
	E15 “En las clases de matemáticas utilizamos el metro, decímetro, centímetro, hectómetro, etc y son diferentes a los cálculos del iku”
	E16 “En la clase no utilizamos medida tradicional”

Fuente: Autores

Las respuestas dadas por los estudiantes en la tabla 2, cuando se les preguntaba sobre el uso de las medidas tradicionales en la clase de matemáticas, deja entrever que no son usadas las

medidas tradicionales, se usan las medidas del sistema MKS con múltiplos y submúltiplos. Lo anterior se justifica porque el plan de estudio Ika comprende dos bloques de asignaturas como lo expresa García, I. (2010) y se muestra en la figura 2



**Figura 2:** Plan de estudio Ika

Fuente: García, I. (2010)

Esto aclara las respuestas de los estudiantes dado que las medidas autóctonas no se usan en las clases de matemáticas, pero sí son usadas en asignaturas de conocimientos propios como: Tradiciones - Arte y Modo de Vida (Agrícola y Pecuaria).

## 5. CONCLUSIONES

El plan de estudio de la comunidad arhuaca está diseñado en dos bloques de asignaturas que permiten desarrollar en forma paralela los conocimientos matemáticos foráneos y los conocimientos matemáticos autóctonos (medidas tradicionales); esto es manifestado por los profesores tradicionales como Serkune que dice: "... en nuestro caso la tarea es enseñar primero lo nuestro y después los saberes generados en otras culturas...". De igual manera la profesora Betty Arroyo manifiesta: "Conocimiento propio para nosotros es conocer más de nosotros, es como mantener lo de acá, como la cultura, los contenidos, las normas de comportamiento, como los cultivos, todo eso es conocimiento propio". Este pensamiento arraigado en el pueblo arhuaco permite la conservación de elementos culturales a lo largo del tiempo, sin desconocer las matemáticas occidentales que se desarrollan al interior de sus escuelas.

En la siembra del café se usan medidas de longitud como la vara, la braza y la vara grande, estas medidas tradicionales permiten la organización de las matas, de tal forma que le dan organización al cultivo debido a la alineación facilitando la recolección. Esta actividad también se desarrolla al interior de la escuela por los profesores tradicionales en la asignatura Modo de Vida.



La siembra de hortalizas que es una práctica comunitaria, también hace parte de las asignaturas desarrolladas en Modo de Vida, las medidas utilizadas son: la cuarta, el jeme, el codo, el paso (Tikté) y el pie (Nukan); medidas que se utilizan para establecer distancias entre los surcos y las matas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aroca, A. (2007). Una propuesta de enseñanza de geometría desde una perspectiva cultural. Comunidad indígena Ika. Sierra Nevada de Santa Marta. Trabajo de investigación de maestría, Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Cali.
- Alanguí, W. & Rosa, M. (2016). Role of ethnomatematics in Mathematic Education. En M. Rosa, U. D'Ambrosio, D. Clark, L. Shirley, W. Alanguí, P. Palhares, M. Gavarrete (Eds). *Current and Future Perspectives of Etnomatemáticas as a Program* (pp. 33,34). Hamburgo: Springer Open
- Dávila, A. y Soza, M. (2012). Etnomatemática en Indígenas Ulwas, Comunidad de Karawala, Región Autónoma Atlántico Sur, Nicaragua. *Revista Revitalización Lingüística y Cultural*, 11(2), 70-87.
- D'Ambrosio, U. (1999). La Transferencia del Conocimiento Matemático a las Colonias: Factores Sociales, Políticos y Culturales. *LLULL*, 22, 347-380.
- D'Ambrosio, U. (2003). Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática. *Revista Números*, 43(90), 439-442.
- De la Hoz, E., Pacheco, J., y Trujillo, O (2015). Elementos Conceptuales de la Etnomatemática. I Simposio Internacional "Saberes de Otro Modo". Congreso celebrado en Riohacha, Colombia.
- García, I. (2010). *NIWIZEY: MATERIAL DIDACTICO INTERCULTURAL*. Universidad de la Sabana. Bogotá, Colombia.
- Padrón, J. (2004). Aspectos clave en la evaluación de teorías. *Copérnico, Revista Arbitrada de Divulgación Científica*, 1(1), 71-82.
- Padrón, J. (2007). Tendencias epistemológicas de la investigación en el siglo XXI. *Cinta de Moebio*, 28, 1-28.
- Quintriqueo, S. & Torres, H. (2012). Distancia entre el conocimiento mapuche y el conocimiento escolar en contexto mapuche. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 14(1), 16-33. Consultado en <http://redie.uabc.mx/vol14no1/contenido-quintriqueotorres.html>
- UNESCO. (2006). *Directrices de la UNESCO Sobre la Educación Intercultural*. París. Recuperado el 23 de enero de 2017 de <http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001478/147878s.pdf>



## **Explorando Huellas Ancestrales de Grupos Diferenciados en Comunidades Indígenas de la Región Caribe Colombiana a través de una Propuesta de Etnomatemática Comparada**

**Exploring ancestral traces of differentiated groups in indigenous communities of the Colombian Caribbean Region through a proposal of Comparative Ethnomathematics**

David Uribe Suarez, Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia.  
duribe.agapeing@gmail.com

### **Resumen**

Este documento muestra los avances de una tesis doctoral acerca de Etnomatemática en la Región Caribe Colombiana. La investigación tiene el propósito de comparar algunas ideas matemáticas universales de grupos diferenciados, a partir de las ideas teóricas del Programa de Etnomatemática y de la Pedagogía Comparada. La premisa inicial radica en que esta conjunción permitirá hacer una comparación del planteamiento pedagógico con enfoque Etnomatemático, que denominaremos Etnomatemática Comparada, en la cual se pretende revelar diferencias y similitudes entre los grupos diferenciados estudiados, con la finalidad de contribuir al mejoramiento de las prácticas pedagógicas de las escuelas locales de cada grupo.

### **Abstract**

This document shows the advances of a doctoral thesis about Ethnomathematics in the Colombian Caribbean Region. The purpose of the research is to compare some universal mathematical ideas of differentiated groups, based on the theoretical ideas of the Ethnomathematics Program and Compared Pedagogy. The initial premise is that this conjunction will make a comparison of the pedagogical approach with Ethnomathematical approach, which we will call *Comparative Ethnomathematics*, which aims to reveal differences and similarities between the differentiated groups studied, in order to contribute to the improvement of pedagogical practices of the local schools of each group.

**Palabras claves:** Etnomatemática; Pedagogía; Comparada; Colombia.

**Keywords:** Ethnomathematics; Pedagogy; Comparative; Colombia



## 1. Introducción.

Este documento se enmarca en La mesa de trabajo N° 3 denominada Etnomatemática, aportando a una relación de la Etnomatemática con otra rama del saber, describe las ideas iniciales de un trabajo que desembocará en una tesis doctoral presentada en el Programa de Doctorado en Educación Matemática de la Universidad Antonio Nariño de Bogotá-Colombia.

Dichas ideas emergen a partir del avance de los cursos introductorios, donde mencionan a la Etnomatemática como un Programa de Investigación que aporta a la Educación Matemática y que inicialmente se define como el estudio de las prácticas matemáticas de grupos culturalmente diferenciados (D'Ambrosio, 2008) y que dentro de los avances de dicho programa D'Ambrosio, (2012) logra definir la Etnomatemática en sus prefijos etimológicos como: los modos, estilos, artes y técnicas – Ticas – de explicar, aprender, conocer, relacionarse con – Matema – el ambiente natural, social y cultural – Etno, logrando vislumbrar con esta definición lo amplio y dinámico que sería investigar en este programa, que además de incluir grupos étnicos, también se podría trabajar desde otros grupos de interés, comunidades, pueblos y naciones.

El interés por aportar al enriquecimiento de la Educación Matemática en Colombia, desde la Perspectiva Etnomatemática, y en particular en la Región Caribe, radica en que, según Molina (2012) la guajira colombiana es una zona socio-geográfica con características multilingües y pluriculturales, donde concurren *cinco grupos indígenas* que residen entre la pampa y las montañas de este departamento, los cuales son: wayuu, kinqui, ika, kogui y wiwa, que aun en ellos permanece un conocimiento propio congelado, desde la perspectiva de Gerdes (1996), y específicamente un Conocimiento Matemático Cultural Gavarrete (2015), distintivo que se podría visibilizar logrando una recuperación de la dignidad cultural de los grupos étnicos donde se logre aportar con este trabajo. En el desarrollo cronológico y secuencial de esta investigación, actualmente se realiza el proceso indagatorio de los elementos de la pedagogía comparada para relacionarlos con los principios y Dimensiones del Programa de Etnomatemática, a la vez que se realizan los primeros acercamientos etnográficos con algunos grupos étnicos mencionados anteriormente con la finalidad de definir cuáles serán los participantes de la comparación y los criterios de la misma.

A partir de la reseña anterior, se postula como objetivo para esta investigación Contrastar las distintas formas del Saber–Hacer Matemático de algunos grupos diferenciados de la región Caribe Colombiana, como uno de los fundamentos para un acercamiento a una metodología comparativa con enfoque Etnomatemático y se pretende que el trabajo de campo comprenda una serie de etapas, que permitan definir los criterios de la comparación, los grupos diferenciados a estudiar, la resolución de aspectos éticos y técnicos de ingreso al trabajo etnográfico de campo y criterios para el análisis de la información recopilada.

## 2. Fundamentos Teóricos y Metodológicos de la propuesta de investigación

En este trabajo, se pretende resaltar la postura teórica de diversos autores acerca del saber hacer matemático contextualizado en diferentes grupos de interés, comunidades, pueblos y naciones, así como también se pretende destacar referentes teóricos que permitan orientar el proceso



metodológico comparativo desde la pedagogía, para fusionar algunos aspectos de índole teórico que conlleven al enfoque de una Etnomatemática comparada.

En primer lugar, y con respecto a la Etnomatemática tomaremos como referentes fundamentales, las bases conceptuales dadas por D`Ambrosio (2008), donde especifica que lo cotidiano está impregnado de los saberes y quehaceres propios de la cultura, y que esto indiscutiblemente muestra muchos aspectos matemáticos en ella. Además, de este programa, D`Ambrosio (2008), se consideran las dimensiones de la Etnomatemática, entre la cuales tenemos la Conceptual, Histórica, Cognitiva, Epistemológica, Política y Educativa. En particular este trabajo, se sustenta en las dimensiones Cognitiva, Política y Educativa.

La Dimensión cognitiva del programa Etnomatemática dada por D`Ambrosio (2008), pretende ver las ideas matemáticas vinculadas con comparar, clasificar, cuantificar, medir, explicar, generalizar, inferir, y, de algún modo, evaluar; las cuales son formas de pensamientos presentes en toda la especie humana. El abordaje de esta dimensión facilitará la comprensión de las etnias, y la observación de su saber/ hacer cotidiano, para determinar algunas de estas ideas matemáticas que nos sirvan de elementos comparativos para asentar diferencias y semejanzas dentro de ellas. Desde esta perspectiva, se complementa el abordaje con las ideas matemáticas propuestas por el profesor Allan Bishop (1999), sensible a la concepción de matemáticas como producto cultural, en la cual se propone identificar las universalidades presentes y comunes a todas las culturas y que sean sensibles a definir como matemáticas, que él denomina Actividades Matemática Universales. (AMU).

Por otra parte, la Dimensión Política se aborda para promover la reflexión y con el afán de restaurar la dignidad de los individuos de los grupos diferenciados que participen en la investigación, dado que es importante otorgarles reconocimiento y respeto a sus raíces, sin ignorar y rechazar las raíces del otro. Esta dimensión va ser clave en la investigación dado que, al comparar dos etnias, cada una con su propia cosmovisión del mundo, se puede poner de manifiesto la posición que ha tenido en ellas la cultura dominante.

La Dimensión Educativa permite orientar las propuestas de acciones pedagógicas al aula, contextualizadas a la cotidianidad de los grupos diferenciados participantes, lo cual incide en fortalecer sus raíces y permite reconocer y asimilar la matemática académica de la cultura dominante como proceso de interrelación globalizado y competitivo.

En segundo lugar, con respecto a la pedagogía comparada, se tomará como referente teórico base las ideas de Villalpando (1961), quien la define como una disciplina instrumental, como auxiliar metódico en la búsqueda de una nueva verdad. Para esta investigación, se pretende ampliar el saber Etnomatemático de los grupos diferenciados participantes, asimismo, las etapas del método comparativo, de acuerdo con Raventós (1990) serán el instrumento que permita establecer los indicadores de comparación.

Con respecto a los fundamentos metodológicos, se pretende utilizar una metodología cualitativa – hermenéutica, interpretando la realidad del quehacer diario de los grupos étnicos, entendiendo sus propias matemáticas mediante la aplicación de una etnografía investigativa de tipo procesal, tal como lo menciona Álvarez (2003).

Respecto a los participantes de esta investigación, la prevista de grupo étnico base para efectuar la comparación es la etnia Wayuu, y, dentro del enfoque de Etnomatemática comparada, serán considerados aspectos matemáticos propios, en sus formas de ser y hacer desde su cotidianidad, con la finalidad de contribuir a orientar acciones pedagógicas que mejoren el desarrollo del aprendizaje de las matemáticas en los niños de las escuelas de estos grupos diferenciados.

### 3. Avances y aportes del trabajo investigativo.

Como un resultado del trabajo desarrollado, se cuenta con un diseño cronológico-secuencial de las tentativas siete etapas, las fases y los propósitos parciales del trabajo de investigación, tal como se muestran en la Tabla 1, a continuación.

Tabla 1. *Diseño cronológico-secuencial de la investigación sobre Etnomatemática comparada*

Periodo de Tiempo	Etapas de investigación	Fases de investigación	de Propósitos parciales de investigación
Semestre 1-2017	Etapa1: Indagatoria teórica	Acercamiento e interés por la Etnomatemática	Indagar sobre los aspectos teóricos de la Etnomatemática, y establecer un estado del arte que no permita delimitar nuestro objeto de estudio.
Semestre 2-2017	Etapa2: Indagatoria etnográfica	Resolución de los aspectos Éticos de la investigación. –	Solicitar a las autoridades ancestrales de los grupos étnicos potenciales como objetos de estudio, para lograr las entradas y los aspectos éticos necesarios para la realización de la investigación.
	Etapa3: Indagatoria académica	Sensibilización del tema Etnomatemática	Presentar en los principales claustros de educación superior en la guajira; una socialización tipo seminario con personajes expertos en el tema de la Etnomatemática. Para propiciar la motivación investigativa relacionada con el tema en una región pluriétnica como la Guajira Colombiana.
Semestre 1 – 2018	Etapa4:	Acercamiento etnográfico en la población Wayuu. Construcción de la metodología comparativa.	Conocer los indicios de la cosmovisión del pueblo wayuu, en su diario vivir. y de esta manera visibilizar aspectos matemáticos de su cultura
Semestre 2- 2018	Etapa5	Acercamiento Etnográfico	al Conocer los indicios de la cosmovisión del segundo grupo Étnico, en su diario vivir, y de esta manera visibilizar aspectos

		segundo grupo étnico.	matemáticos de su cultura, para contrastarlos y que esto permita, construir las ideas previas de una metodología comparativa con enfoque Etnomatemático.
Semestre 1-2019	Etapas 6	Diseño de propuestas didácticas.	Diseñar una serie de propuestas didácticas para la enseñanza de las matemáticas en los grupos étnicos con elementos culturales evidenciados en la etapa 4 y 5
Semestre 2-2019	Etapas 7	Implementación de propuestas didácticas	Capacitar al cuerpo docente de las instituciones etnoeducativas de los grupos étnicos con las propuestas didácticas diseñadas, para que éstas sean replicadas y mejoradas continuamente en el aula de clases.

*Fuente: Diseño Propio de Investigación*

En la tabla 1 se muestra como primera etapa, la indagación teórica, durante el primer semestre del 2017, a partir de una actividad académica de los cursos del doctorado en Educación Matemática de la Universidad Antonio Nariño de Bogotá, en la cual se presenta un acercamiento al Programa de Etnomatemática, la cual motivó una revisión de literatura con mayor profundidad, con la finalidad de concertar un tema de investigación para la Tesis Doctoral a partir del enorme escenario de etnias que concurren en el Departamento de la Guajira Colombiana, los cuales constituyen potenciales objetos de estudio, llevando consecuentemente al revisar bibliografía relacionada con la cosmovisión de estos grupos étnicos, indagando principalmente acerca de la etnia Wayuu.

La segunda etapa de la investigación, se define en el semestre académico 2-2017, en la cual se realiza la indagación de tipo etnográfico en las comunidades de la etnia Wayuu. Para tales efectos se realizó una negociación de entrada, que fue exitosa y se obtuvo la autorización por parte del Director de la institución Etnoeducativa y todo su cuerpo docente para realizar todos los aspectos investigativos que conciernen a ellos, así como igualmente la autoridad Ancestral avaló el planteamiento del trabajo Etnomatemático a realizar para su comunidad y quedaron listos los protocolos de entrada a la comunidad y la autorización consentida de investigación para participar en la ejecución de la misma por todos los agentes de la comunidad. Lo anterior permitió resolver los asuntos éticos de la investigación con este grupo diferenciado y conocer el protocolo a seguir con los grupos diferenciados que eventualmente sean elegidos para realizar la comparación.

La tercera etapa de la investigación, comprende una indagación de índole académico, en la cual se desarrolló una sensibilización acerca de la Etnomatemática en ambientes universitarios. Al respecto, se gestionó mediante la Universidad de la Guajira y la Universidad Antonio Nariño sede Riohacha, la realización un seminario que abordara la importancia de la Etnomatemática como tema de investigación para las comunidades indígenas de la región. Es así como en noviembre del 2017 se desarrolló el seminario titulado la Etnomatemática como herramienta de valoración ancestral, y se impartió -por parte de una especialista internacional invitada- una conferencia titulada la Etnomatemática y empoderamiento docente a partir de valorar legado ancestral, la cual contó con la asistencia de docentes y estudiantes que cursan la Licenciatura de Etno-educación de la Universidad



de la Guajira, así como también docentes de las Instituciones Etnoeducativas del municipio de Riohacha – La guajira.

Con respecto a la cuarta etapa de la investigación, la cual es desarrollada en el primer semestre del 1-2018 se realizan los primeros acercamiento etnográfico a la etnia wayuu, específicamente con la Comunidad de Cucurumana, donde se inició la descripción de varios elementos, tales como: a nivel geográfico, orígenes de la lengua, elementos de identidad, vestimenta y significado de la misma, sus ritos, tradiciones y algunos de los principales oficios de los wayuu. Bajo este lineamiento queremos culminar con las siete etapas tal y como se describen en la tabla 1.

Cabe destacar que el propósito de este documento es documentar el planteamiento inicial de una investigación más amplia, con la finalidad de que se pueda encauzar exitosamente a través de la socialización en ambientes de pares académicos, tal como el Congreso Internacional de Etnomatemática. Asimismo, el aporte que se pretende brindar al Programa de Etnomatemática es un componente metodológico comparativo para evidenciar semejanzas y diferencias en el saber – hacer matemático entre los grupos objetos de estudio.

Y el aporte pretendido para las comunidades es de corte reivindicativo, para generar a partir de los hallazgos de investigación, acciones didácticas pertinentes y contextualizadas con toda su cosmovisión, favoreciendo un proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas con utilidad en lo cotidiano, reconociendo y respetando las características de cada grupo diferenciado, como base de equidad para la diversidad cultural de estas etnias a estudiar.

## Referencias Bibliográficas.

- Álvarez, J. L. (2003). *Cómo hacer una Investigación Cualitativa*. México: Paidós
- Betancur, C. M. (2012). La autonomía educativa indígena en Colombia. *Vniversitas*, (124), 261-292.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- D'Ambrosio, U. (2012). The Program Ethnomathematics: the theoretical basis and dynamics of cultural encounters. *Cosmopolis*, (3-4), 13-41.
- D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática: Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.
- Gavarrete, M. E. (2015). Etnomatemáticas indígenas y formación docente: una experiencia en Costa Rica a través del modelo MOCEMEI. *Revista Latino Americana de Etnomatemática*, 8(2), 136-176.
- Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and mathematics education. In *International handbook of mathematics education* (pp. 909-943). Springer, Dordrecht.
- Santamaría, F. R. (1983). El fundamento de la metodología comparativa en educación. *Educar*, (3), 61-75.
- Velasco, H., & De Rada, Á. D. (1997). *La lógica de la investigación etnográfica*. Madrid: Trotta.
- Villalpando, J.M. (1961). *Líneas Generales de la Pedagogía Comparada*. Teoría y Técnica. México: Universidad Nacional Autónoma de México.



## Una Aproximación a la Solución de los Tres Problemas Sin Solución con Regla y Compas de la Antigua Grecia, Utilizando el Software Geogebra

FABIO FIDEL FUENTES MEDINA<sup>6</sup>  
ISIDORO GORDILLO GALVIS<sup>7</sup>

### Resumen

Los griegos fueron los primeros en realizar muchas construcciones geométricas. A ellos debemos las construcciones con regla y compás que conocemos; gracias a ellos es posible bisecar un ángulo, construir polígonos, construir las cónicas y muchas cosas más. Sin embargo, algunos problemas se resistieron por muchos años a su solución y todo lo que se hizo fue en vano. Los tres grandes problemas que se resistieron a su solución, fueron: La duplicación del cubo, la cuadratura del círculo y la trisección del ángulo, es aquí donde juega un papel importante la intervención de la tecnología, para la aproximación a una solución de dichos problemas.

**Palabras claves:** Regla, Compás, Cuadratura, Trisección, Duplicación

### Abstract.

The Greeks were the first to make many geometric constructions. To them we owe the constructions with rule and compass that we know; thanks to them it is possible to bisect an angle, build polygons, construct conics and many other things. However, some problems resisted their solution for many years and everything that was done was in vain. The three major problems that resisted its solution were: The duplication of the cube, the quadrature of the circle and the trisection of the angle, is where the intervention of technology plays an important role, for the approach to a solution of said problems.

**Key words:** Rule, Compass, Square, Trisection, Duplication

### 1. INTRODUCCIÓN.

Los tres problemas sin solución con regla y compás de la antigua Grecia fueron: la Cuadratura del Círculo, la Trisección del Ángulo y la Duplicación del Cubo. Sin embargo, aunque el problema no este planteado explícitamente, en el papiro del Rhind que data del año 1800 a. C, descubierto en 1855 d. C. donde se evidencian una serie de problemas matemáticos, entre ellos el problema de la Cuadratura del Círculo. En este orden de ideas, la biblia en el libro de Reyes 1, capítulo 6, cuando se desea construir en el templo de Salomón, el altar para colocar el “Arca de la Alianza”, el cual contiene los diez mandamientos de Dios le entregó a Moisés; el mismo problema aparece implícito en

---

<sup>6</sup> Universidad Popular del Cesar; Colombia; fabiofuentes@unicesar.edu.co

<sup>7</sup> Universidad Popular del Cesar; Colombia; isidorogordillo@unicesar.edu.co



Revelaciones capítulo 21, cuando se da la orden de la reconstrucción del templo de Jerusalén. Así mismo, en la duplicación del cubo aparece descrito cuando los habitantes de Atenas, en busca de una solución a la peste que había matado tantos habitantes, acuden a su Oráculo de Delfos y éste les expresa que deberán construir un templo en forma de cubo de tamaño doble al existente. En este orden de ideas, a pesar de estos problemas aparecen implícitamente en algunos textos, son los griegos quienes, de manera formal, con el uso de la regla y el compás proponen darle solución a la Cuadratura del Círculo, la Duplicación de Cubo y la Trisección del Ángulo; que hoy conocemos como los tres grandes problemas de la antigua Grecia sin solución.

En la búsqueda de la solución a dichos problemas, la gran mayoría de los griegos matemáticos abordaron dicho problema sin encontrar solución alguna, esta situación logró que las matemáticas avanzaran. Los grandes matemáticos se concentraron en darle solución a estos tres grandes problemas sin darle solución con regla y compás; pero si lo hicieron con otros elementos.

Hoy día, se conoce que es imposible dar solución a estos problemas, con la regla y el compás; pero se han presentado soluciones que hacen uso de otras herramientas. Así la Cuadratura de Círculo, se logra haciendo primero una rectificación de la circunferencia, proceso que consiste en encontrar un segmento de longitud igual a la de la circunferencia y luego con base igual a dicho segmento y altura igual al radio de la circunferencia, se convierte el círculo en un rectángulo equivalente, es decir, un rectángulo de área igual al área del círculo dado. Por último, se convierte el rectángulo en un cuadrado equivalente. Esta forma se logra de manera muy aproximada la cuadratura de un círculo.

## 2. METODOLOGÍA

El trabajo se puede enmarcar dentro del diseño cualitativo de corte holístico (Rodríguez, 2010) con el deseo de conocer como algunos griegos de la antigüedad buscaron darle solución a la cuadratura del círculo, la trisección de ángulo y la duplicación del cubo con el uso de la regla y el compás, lo cual sólo después de 2000 años se prueba que es imposible. En este orden de ideas, se realiza un estudio minucioso de revisión bibliográfica de algunos textos de geometría, así como documentos existentes relacionados con la temática a tratar. Bajo esta mirada, se tomaron los tratamientos más relevantes a juicio de los investigadores, y con el uso del GEOGEBRA se reconstruyen los pasos, haciendo algunos aportes significativos a dichas soluciones. A continuación, se presentan algunas construcciones realizadas en la antigüedad y sus justificaciones.

### CUADRATURA DEL CÍRCULO

Para darle solución a este problema, se recurre en primer momento, rectificar la circunferencia; es decir, construir un segmento de longitud igual a la circunferencia (Rey, 1960).

Luego construir un rectángulo equivalente al círculo; es decir, un rectángulo de área igual al a círculo; y por último construir un cuadrado equivalente al rectángulo (Landaverde, 1962). De esa forma se logra la cuadratura del círculo. La justificación está basada en la propuesta planteada por (Baldor, 2004).

## Parte 1: Rectificación de la circunferencia

Paso 1. Construya una circunferencia con centro en  $A$  y radio  $AB$

Paso 2. Trace una tangente a la circunferencia que pase por  $B$

Paso 3. Trace seis (6) radios sobre la tangente, partiendo de  $B$ , al último punto de intersección llámelo  $H$

Paso 4. Trace el diámetro que tiene a  $B$  por uno de sus extremos. Llame  $I$  al otro extremo

Paso 6. Marque un radio desde  $I$ . Sea  $J$  dicho punto sobre la circunferencia

Paso 7. Trace la bisectriz del ángulo  $JOI$ . Sea  $L$  el punto de intersección de la bisectriz con la circunferencia.

Paso 8. Trace una perpendicular al diámetro que pase por  $L$ . Sea  $M$  el punto de intersección de dicha perpendicular con el diámetro.

Paso 9. Una a  $M$  con  $H$ .

El segmento  $MH$  tiene longitud igual a la longitud de la circunferencia. De ésta manera se la rectificó la circunferencia. (Figura 1).

## Parte 2: Rectángulo equivalente al círculo

Paso 1. Encuentra su punto medio  $N$ , del segmento  $MH$

Paso 2. Construye un rectángulo de base  $NH$  y altura igual al radio  $AB$ . Llame a ese rectángulo  $HNOP$ .

El rectángulo  $HNOP$  es equivalente al círculo de radio  $AB$ .

## Parte 3: Rectángulo equivalente al cuadrado

Paso 1. Encuentra el punto medio  $S$ , del lado  $PO$

Paso 2. Con centro en  $S$ , traza una semicircunferencia de radio  $SO$

Paso 3. Traza una circunferencia con centro en  $O$  y radio  $AB$  que corta a  $OP$  en  $T$

Paso 4. Traza una perpendicular a  $OP$  que pasa por  $T$

Paso 5. Sea  $U$  el punto de intersección entre la perpendicular que pasa por  $T$  y la circunferencia con centro en  $S$ .

Paso 6. Construye un cuadrado de lado  $OU$

El cuadrado  $OUWV$  es equivalente al rectángulo  $HNOP$ .

De esta forma, se ha logrado la cuadratura del círculo.

La figura 1, muestra los procesos de rectificación, transformación del círculo en un rectángulo equivalente y este en un cuadrado; de esa forma se logra la cuadratura del círculo. El proceso se presenta con el uso del GEOGEBRA.

Figura 1. Rectificación de la circunferencia



Nicomedes, con la conchoide de Nicomedes. Así mismo, se logró trisecar un ángulo agudo con el compás y una regla con dos marcas; igualmente diseñaron una escuadra denominada la escuadra del carpintero. Para este taller se abordaron las soluciones del el compás y la regla con dos marcas, y la cuadratriz de Hipias (Fuentes, 2010).

## El compás con una regla y dos marcas

Paso 1. Dibuja un ángulo agudo  $BAC$ . (Figura 2)

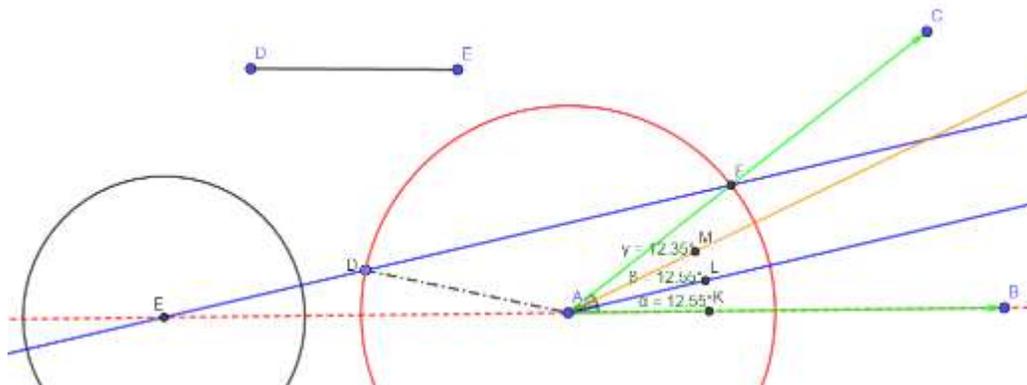
Paso 2. En una regla a cualquier distancia, marca dos puntos  $D$  y  $E$

Paso 3. Con centro en  $A$  y radio  $DE$  traza una circunferencia que corta a lado  $CA$  en  $F$

Paso 4. Con la regla, haga que  $D$  sea un punto de la prolongación de  $AB$  y que  $E$  esté sobre la circunferencia de radio  $DE$  y esos dos puntos sean colineales con  $D$

Paso 5. Se copia el ángulo  $DEA$  tres veces sobre el ángulo  $BAC$ . Así se ha trisecado el ángulo.

Figura 2. Trisección de un ángulo agudo con una regla y dos marcas y el compás



## Justificación

1. El ángulo  $FDA$  es un ángulo exterior del triángulo  $DEA$ ; por lo tanto aplicando el teorema que expresa que en un triángulo uno de sus ángulo exterior es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes, se obtiene que:  $m(\sphericalangle DEA) + m(\sphericalangle EDA) = m(\sphericalangle FDA)$ . como es triángulo  $FDA$  es isósceles; por lo tanto:  $2 * m(\sphericalangle EDA) = m(\sphericalangle FDA)$

2. El ángulo  $BAF$  es un ángulo exterior del triángulo  $FAD$ ; por lo tanto aplicando el teorema que expresa que en un triángulo uno de sus ángulos exteriores es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes, se obtiene que:  $m(\sphericalangle DEA) + m(\sphericalangle FDA) = m(\sphericalangle BAC)$

3. El ángulo  $BAF$  es un ángulo exterior del triángulo  $FAD$ ; por lo tanto aplicando el teorema que expresa que en un triángulo uno de sus ángulos exteriores es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes, se obtiene que:  $m(\sphericalangle DEA) + m(\sphericalangle DFA) = m(\sphericalangle BAC)$

4. Como el triángulo  $FAD$  es isósceles, entonces:  $m(\sphericalangle ADF) = m(\sphericalangle AFD)$

5. Sustituyendo, se puede decir que:  $2 * m(\sphericalangle DEA) + m(\sphericalangle DEA) = m(\sphericalangle BAC)$

Luego se puede decir que:  $3 * m(\sphericalangle DEA) = m(\sphericalangle BAC)$

Con lo anterior, se ha trisecado el ángulo agudo dado.

### Trisección con la Trisectriz de Hipias de Elis.

Hipía intentando trisecar el ángulo con el uso de la regla y el compás, descubre una nueva curva denominada Trisectriz, que no es posible construir con el uso de la regla y compás. En este sentido, Supone que el segmento  $ON$  gira en sentido de las manecillas del reloj con movimiento uniforme hasta ocupar la posición  $OM$ . A la vez, el segmento  $NB$  se desplaza hacia abajo, también con movimiento uniforme y ocupa en el mismo instante la posición  $OM$ . Un punto  $T$  de la trisectriz viene dado por la intersección en cada instante de dichos segmentos. (Figura 3.1A)

Figura 3.1. Trisectriz de Hipias

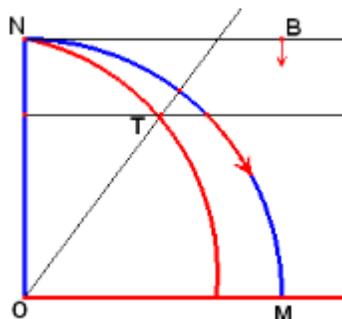
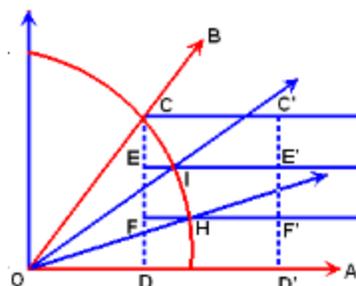


Figura 3.2. Trisección con la Trisectriz



Para la trisección, se procede de la siguiente manera:

Paso 1. Se construye una cuadratriz sobre el ángulo (Figura 3.2)

Paso 2. Se divide  $\overline{CD} = \overline{C'D'}$  en tres partes iguales

Paso 3. Se trazan paralelas a  $\overline{OA}$  que cortan a la Trisectriz en los puntos I y H

Paso 4. Se trazan  $\overline{OI}$  y  $\overline{OH}$ . De esta manera el ángulo AOB, está dividido en tres ángulos iguales.

### Trisección con la escuadra del carpintero

La escuadra del carpintero es un instrumento construido por los griegos en el siglo III d. C., su forma es como se indica en la figura 4.1, en ella todos los ángulos son rectos.

Figura 4.1. Escuadra del carpintero

Figura 4.2. Trisección con la escuadra



demuestra la imposibilidad de una solución con los implementos aceptados por los griegos para el trabajo de la geometría en la antigüedad.

A continuación, se presenta el procedimiento utilizado por Hipócrates para resolver la duplicación del cubo; quien simplifica la solución de Arquita. En este sentido, a partir de un segmento, construye una curva que la denomina duplicatriz (Pérez, 2007), con la cual obtiene una duplicación de cubo muy aproximada. Para este caso, se seguirá ese procedimiento, haciendo la construcción con el uso de GEOGEBRA.

## Procedimiento

Paso 1. Se construye una semicircunferencia, con centro en  $A$ , extremos en  $E$  y  $B$ ; y radio  $AB$ , la arista del cubo que se le desea duplicar el volumen.

Paso 2. Sea  $F$  un punto de la semicircunferencia; trace el segmento  $EF$ .

Paso 3. Se traza una perpendicular al diámetro de la semicircunferencia que pase por el punto  $F$  y corta al diámetro en  $G$ .

Paso 4. Se traza una perpendicular al segmento  $EF$ , que pase por el punto  $G$ , e intersecta al segmento  $EF$  el punto  $H$ .

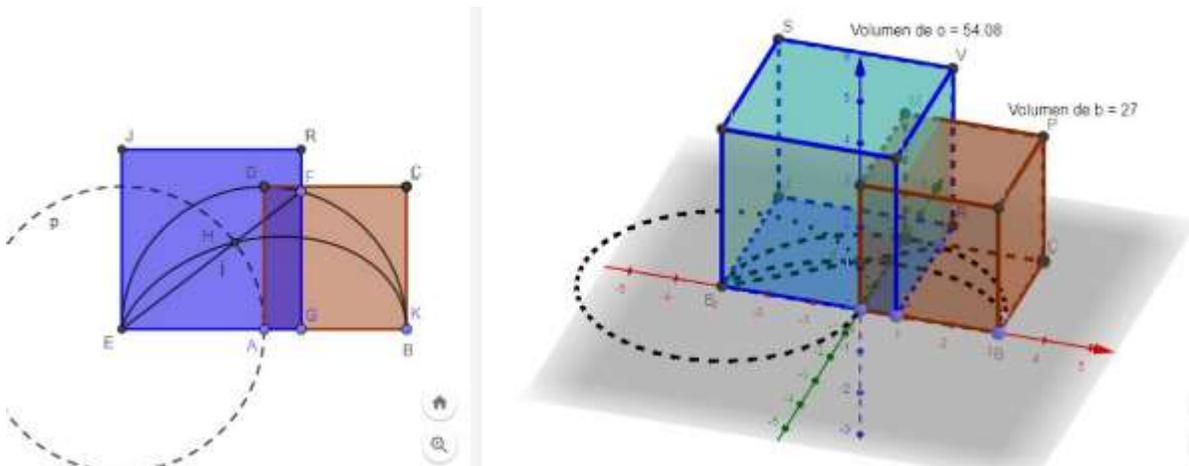
Paso 5. Con la opción Lugar geométrico, se da clic en el punto  $H$ , y luego en el punto  $F$ , se obtiene la curva llamada Duplicatriz, que es la curva que se genera con el doble movimiento.

Paso 6. Con centro en  $E$  y radio  $EA$ , se dibuja una circunferencia, que intersecta la Duplicatriz.

Paso 7. Mueva el punto  $F$  hasta que  $H$  coincida con la intersección de la circunferencia de radio  $EA$  y la duplicatriz.

En este instante el segmento  $EG$ , es la arista del cubo de volumen doble del problema planteado. Es decir, el lado del cubo mayor corresponde a la propuesta planteada para la duplicación. La figura 5, representa la gráfica de la solución aproximada de la duplicación de cubo con el software GEOGEBRA.

Figura 5. Duplicación del cubo con GEOGEBRA





## CONCLUSIONES

Para lograr la cuadratura del círculo, la trisección del ángulo y la duplicación del cubo es imposible realizarlos con las herramientas de la regla y el compás. Para darle solución a estos tres grandes problemas se requieren de otros mecanismos, y una de estas herramientas nos la brinda GEOGEBRA.

## REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS.

Baldor, A. Geometría plana y del espacio, con una introducción a la trigonometría. Publicaciones Cultural. México, 2004.

Fuentes, Fabio. Geometría plana, ¡de Euclides al Cabri! Editorial Nueva Oportunidad. Bogotá. 2010.

Landaverde, Felipe de Jesús. Curso de Geometría. Segunda Edición. Editorial Progreso, S. A. México. 1962.

Pérez, Antonio. ¡Malditos sean la regla y el compás!, Conferencia. Madrid. 2007

Rey Pastor, J. y Puig Adam. Elementos de Geometría Racional. Tomo I. Editorial Nuevas Graficas. Madrid. 1960.

Rodríguez, G. Metodología de la investigación cualitativa. Ediciones Aljibe. 1996.



## Construcciones Dinámicas Otra Forma de Abordar el Conocimiento Matemático.

Raúl Enrique Escobar Caro<sup>8</sup>

Teovaldo García Romero<sup>9</sup>

### Resumen.

Este artículo explora las posibilidades de utilizar el software, de desarrollo dinámico Guenebra en la enseñanza y el aprendizaje. El campo de interés está focalizado en la modelación y la implementación computacional, de conceptos y problemas matemáticos para su comprensión, los autores han desarrollado durante tres años más de ciento cincuenta construcciones computacionales publicadas en Geogebra, en el encuentro nacional del programa de Licenciatura en Matemática de la Universidad Popular del Cesar, se realizó la construcción dinámica de seis objetos matemáticos.

**Palabras claves:** software, dinámico, implementación computacional, Geogebra.

### Abstract.

This article explores the possibilities of using the software, dynamic development Guenebra in teaching and learning. The field of interest is focused in the modeling and computational implementation, concepts and mathematical problems for their understanding, the authors have developed three years more than one hundred and fifty published computational constructions in Geogebra, at the national meeting of the undergraduate program in mathematics of the Popular University of Cesar, was the dynamic construction of six mathematical objects.

**Key words:** software, dynamic, computational implementation, Geogebra.

## 1. INTRODUCCIÓN.

Construir nuevos imaginarios referentes a la matemática y ligados al proceso tradicional de la educación, en este cosmos permeado por la globalización de la investigación matemática, es un reto; o transformamos el proceso educativo o nos negamos, y les negamos a nuestros hijos la posibilidad de una nueva sociedad; en donde en esa nueva colectividad del discernimiento, los avances de la humanidad están posibilitado hoy con carácter celéricos, el aprendizaje del conocimiento matemático, mediante procesos desarrollados con la tecnología y la innovación, como aliados en la optimización del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ende, la formación docente implica reflexionar, revisar y actualizar conocimientos, y usar metodologías coherentes con los avances de la ciencia, para incorporar los recursos tecnológicos que permitan motivar a los alumnos por el proceso de aprendizaje.

---

<sup>8</sup> Licenciado en matemáticas y física; Especialista en Computación; Docente Universidad Popular del Cesar-Colombia; raulescobar@unicesar.edu.co

<sup>9</sup> Licenciado en matemáticas y física; Esp; Msc; Dr. Docente Universidad Popular del Cesar-Colombia; teovaldogarcia@unicesar.edu.co

Este trabajo busca la comprensión de problemas y conceptos matemáticos abordados en el proceso de enseñanza-aprendizaje, que les permitan a los estudiantes, utilizar el razonamiento, el análisis, la comunicación, la reflexión, la interpretación; por ende, modelar problemas mediante la implementación computacional de los mismos, en el software libre Geogebra. Para el trabajo se desarrolló el paso a paso de dos construcciones dinámicas.

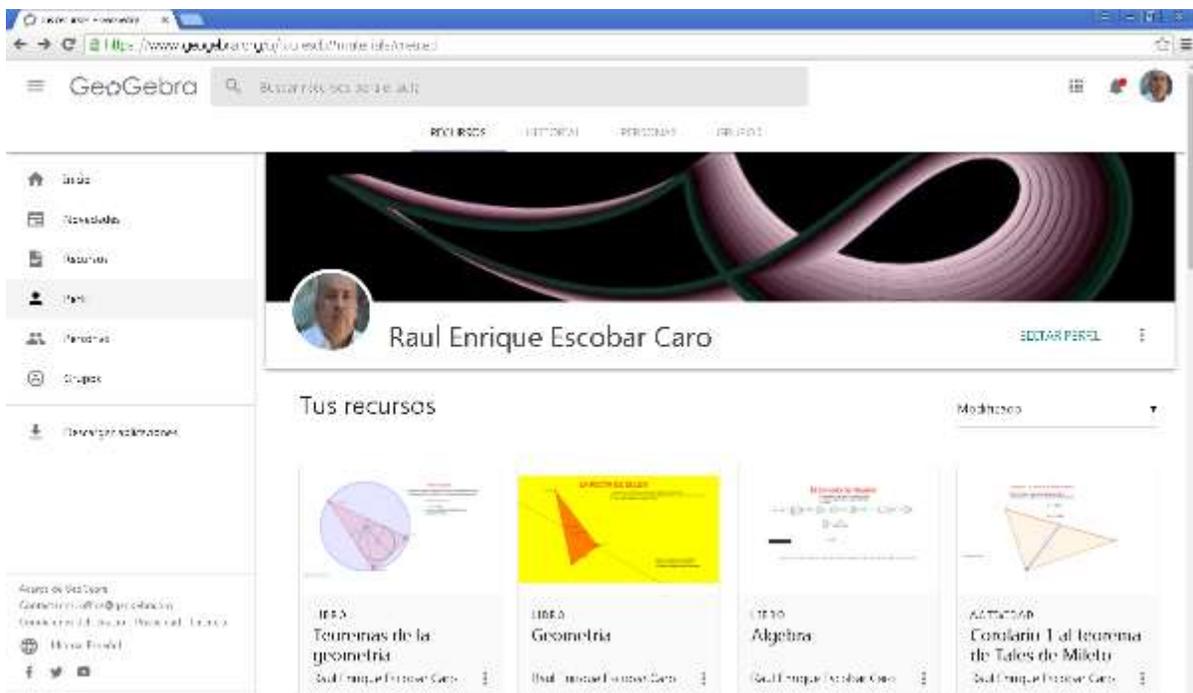
## 2. MÉTODO

La búsqueda de nuevas formas de abordar y comunicar el conocimiento matemático ha permitido realizar un trabajo de diseño, modelamiento e implementación computacional de conceptos, objetos y estructuras matemáticas mediante el software de desarrollo dinámico Geómetra. El proceso de desarrollo se realizó en tres momentos:

- Elegir el concepto, objeto o estructura matemática a implementar computacionalmente.
- Desarrollar cada uno de los pasos a seguir en la estructuración del modelo dinámico y las formas de utilización.
- Realizar el proceso de implementación en el software Geogebra y la publicación en GeogebraTube.

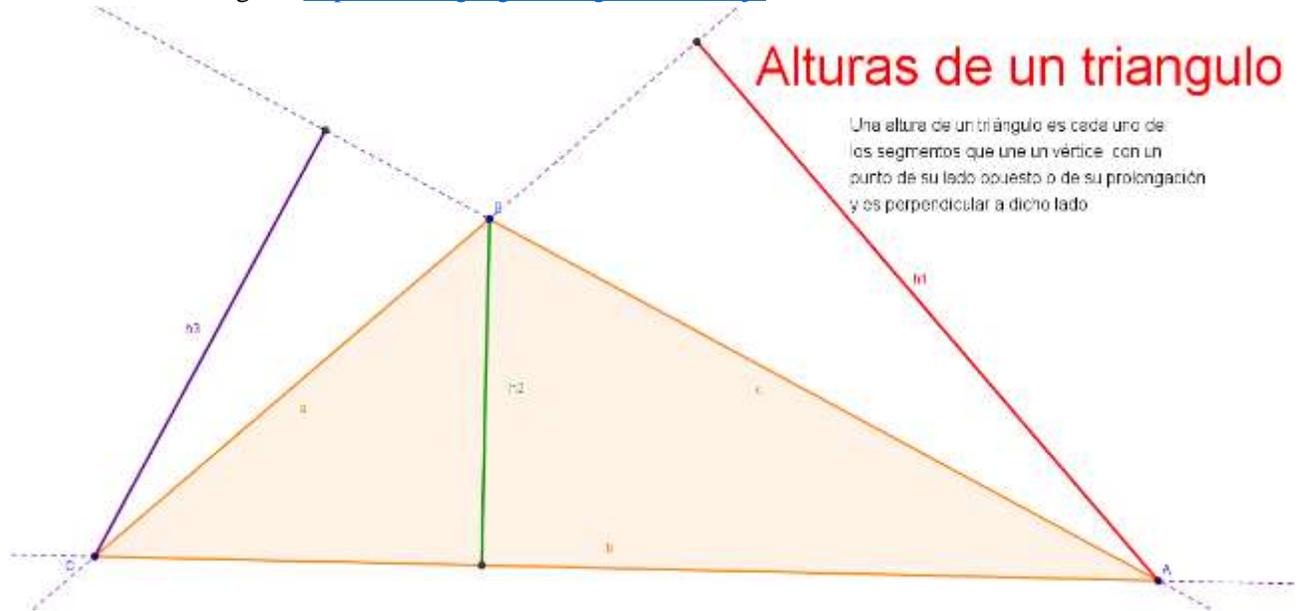
## 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Dentro de los resultados obtenidos se tienen trabajos en geometría, álgebra, trigonometría, cálculo, álgebra lineal y ecuaciones diferenciales los cuales están compilados en libros dinámicos que pueden ser observados, manipulados y descargados en la siguiente dirección web. <https://www.geogebra.org/u/raulescb>

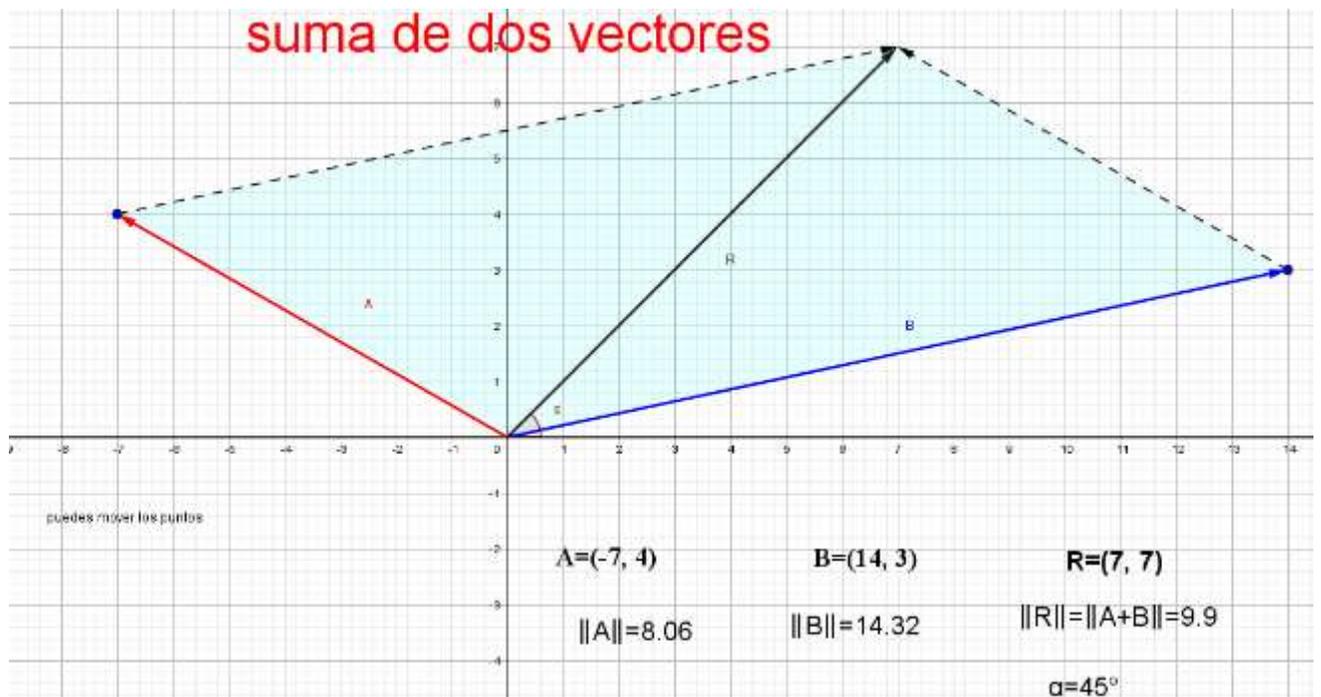


En particular en el taller se diseñaron e implementaron seis objetos matemáticos

Las alturas del triángulo. <https://www.geogebra.org/m/ndmf6wjc>

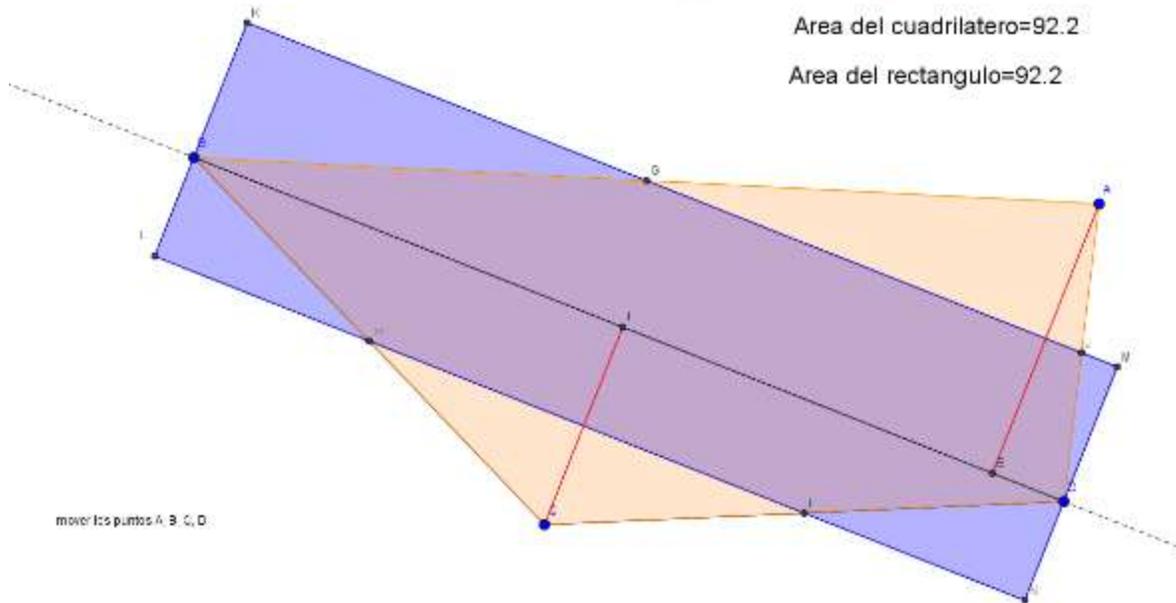


Suma de dos vectores. <https://www.geogebra.org/m/xfctPsfq>

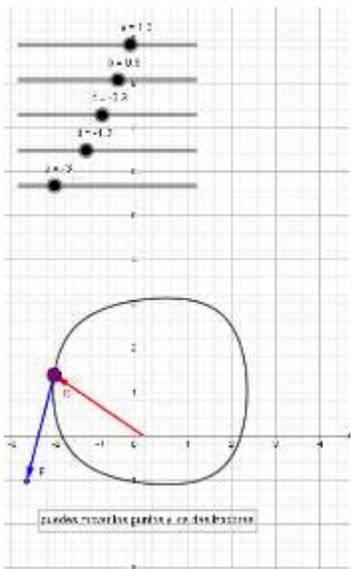


De cuadrilátero irregular a rectángulo. <https://www.geogebra.org/m/WahYUaH3>

## Transformar un cuadrilátero irregular en un rectángulo

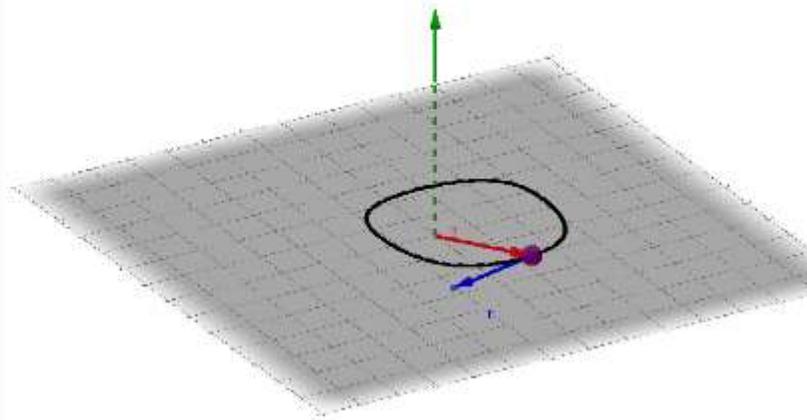


Concepto de Torque. <https://www.geogebra.org/m/qf89tcjk>



Torque

$$F \times R = \tau \quad \begin{pmatrix} -0.621569781 \\ -2.410425771 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.018431019 \\ 1.370425771 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.717012945 \end{pmatrix}$$



Ley del seno. <https://www.geogebra.org/m/QQvRyZKk>

## ley del seno

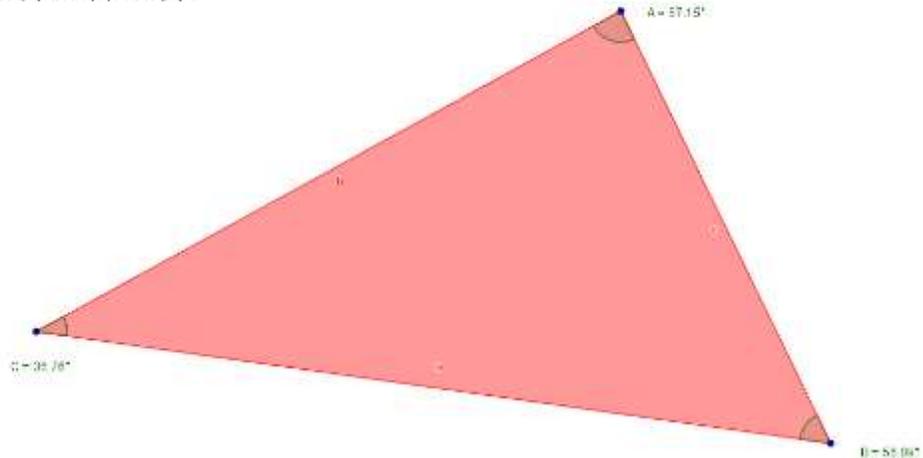
Teorema del seno

Si en un triángulo ABC, las medidas de los lados opuestos a los ángulos A, B y C son respectivamente a, b, c, entonces  $\text{sen}(A)/a = \text{sen}(B)/b = \text{sen}(C)/c$

$$\frac{\text{sen}(A)}{a} = 0.06$$

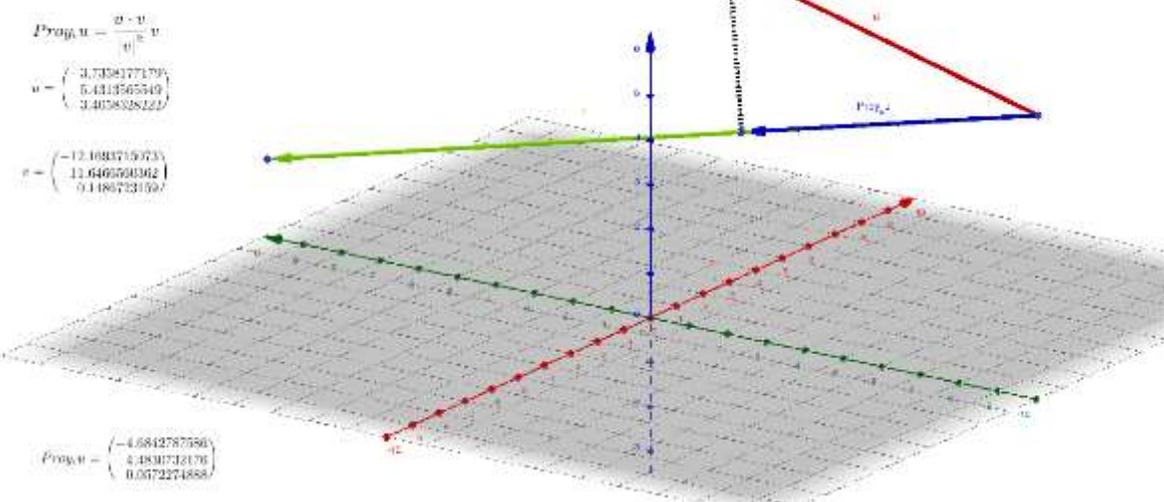
$$\frac{\text{sen}(B)}{b} = 0.06$$

$$\frac{\text{sen}(C)}{c} = 0.06$$



Proyección de un vector en otro vector en 3D. <https://www.geogebra.org/m/zsy2nh6r>

Proyección de un vector en otro vector



Se describen el desarrollo de dos de las implementaciones computacionales

### Las alturas del triángulo

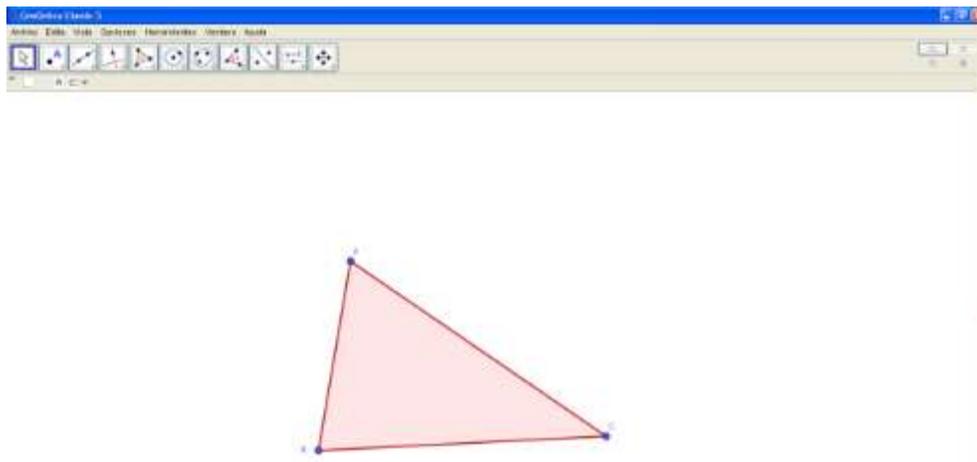
Una altura de un triángulo es cada uno de los segmentos, que une un vértice con un punto de su lado opuesto o de su prolongación y es perpendicular a dicho lado.

#### Procedimiento para la construcción dinámica.

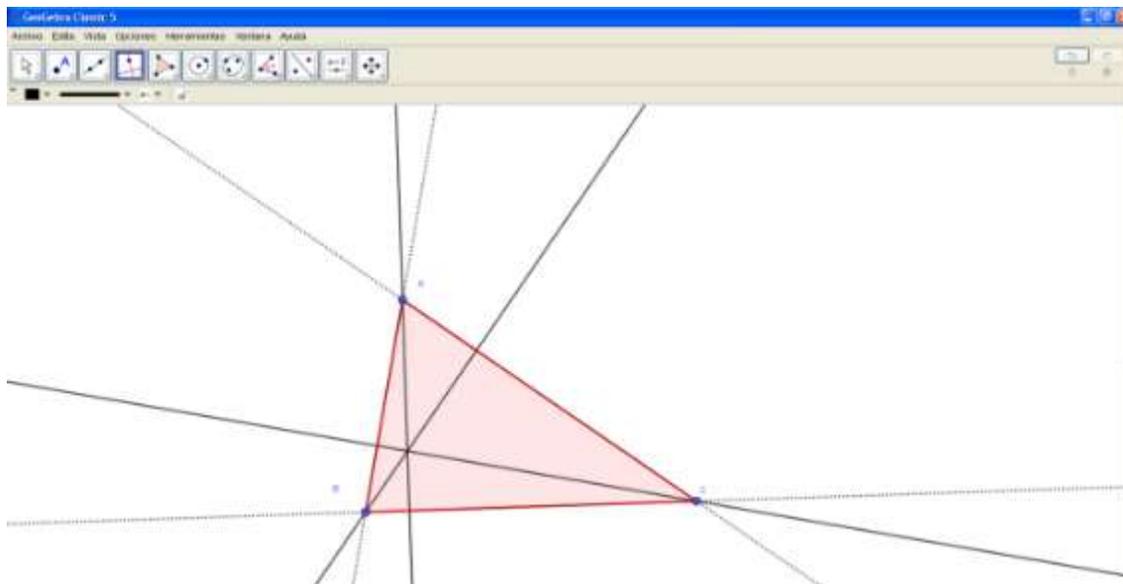
- Colocar la vista gráfica sin ejes y sin cuadrícula, como una hoja de papel en blanco.

Ubicar tres puntos en la vista gráfica.

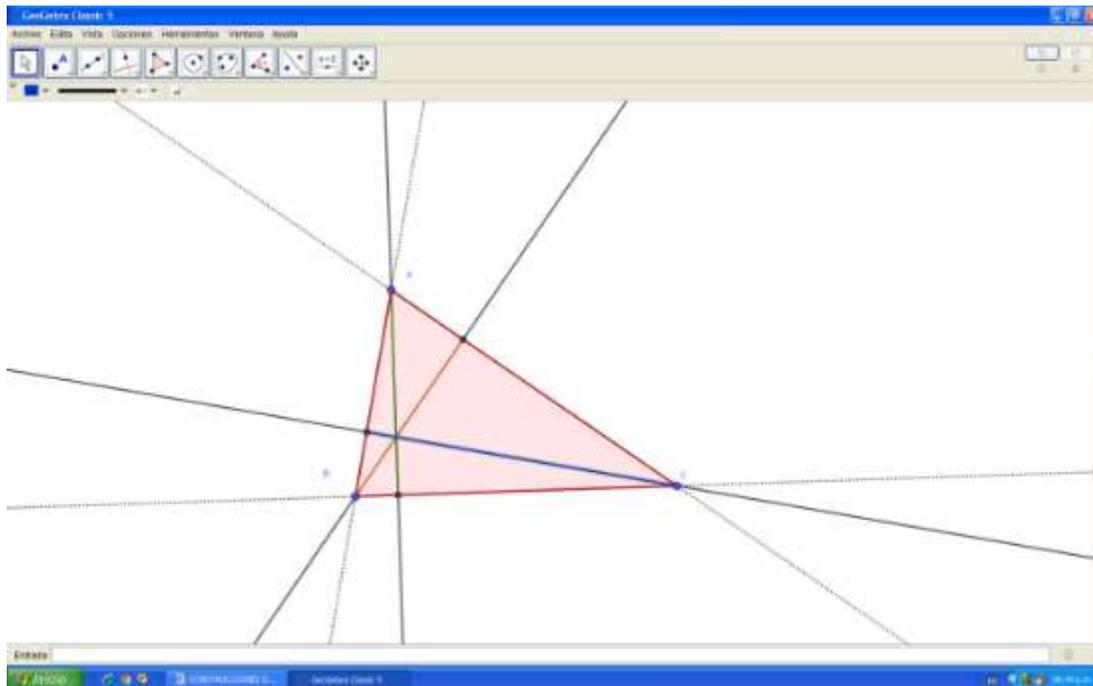
- Determinar los segmentos entre los puntos formando un triángulo.
- Dibujar el triángulo, con la herramienta polígono para que la región se vea con un color distinto.



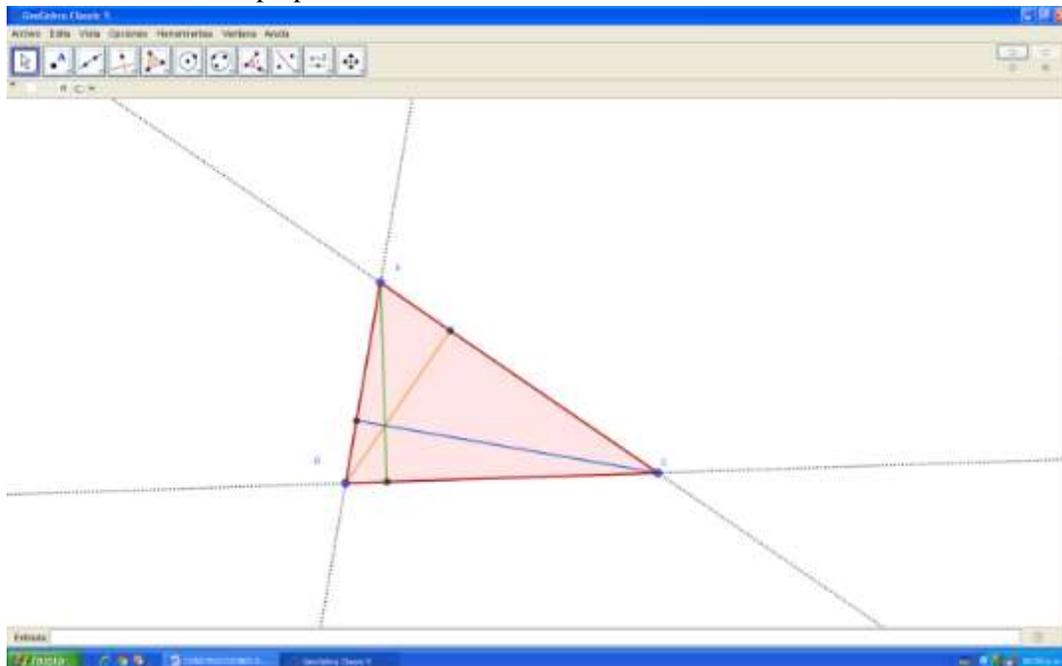
- Determina rectas paralelas a cada uno de los segmentos, colocar el estilo punteado a estas rectas.
- Crear rectas perpendiculares a cada una de las rectas creadas en el inciso anterior y ubicarlas en los vértices.



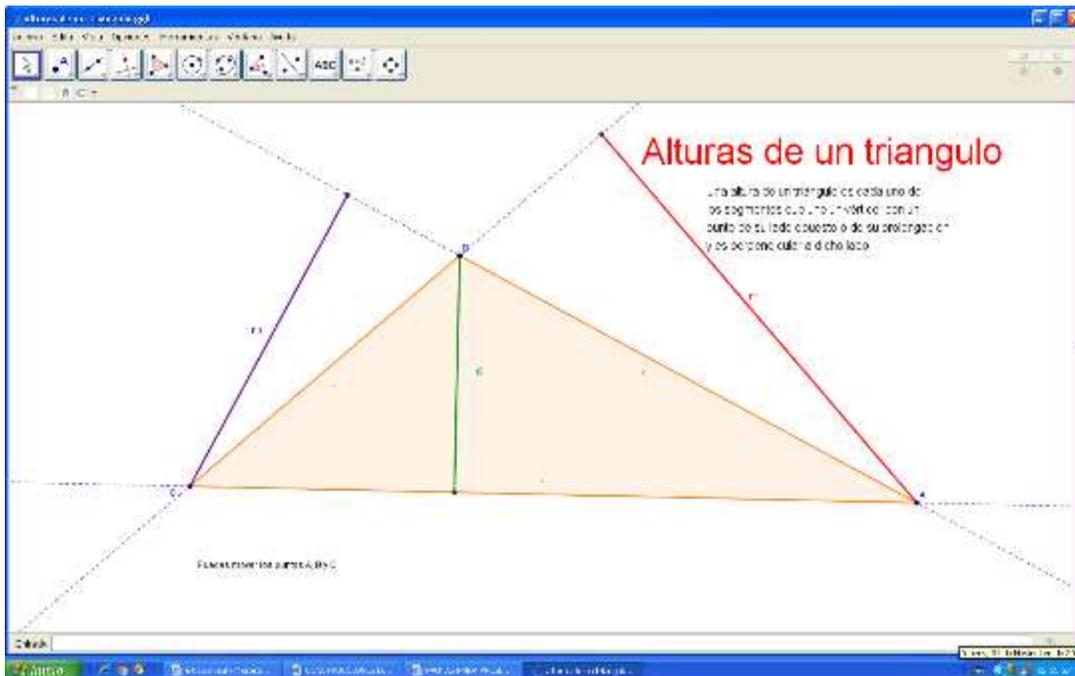
- Crear segmentos entre los vértices y el punto de intersección entre las rectas, formando un segmento perpendicular, las alturas.



- Ocultar las rectas perpendiculares.



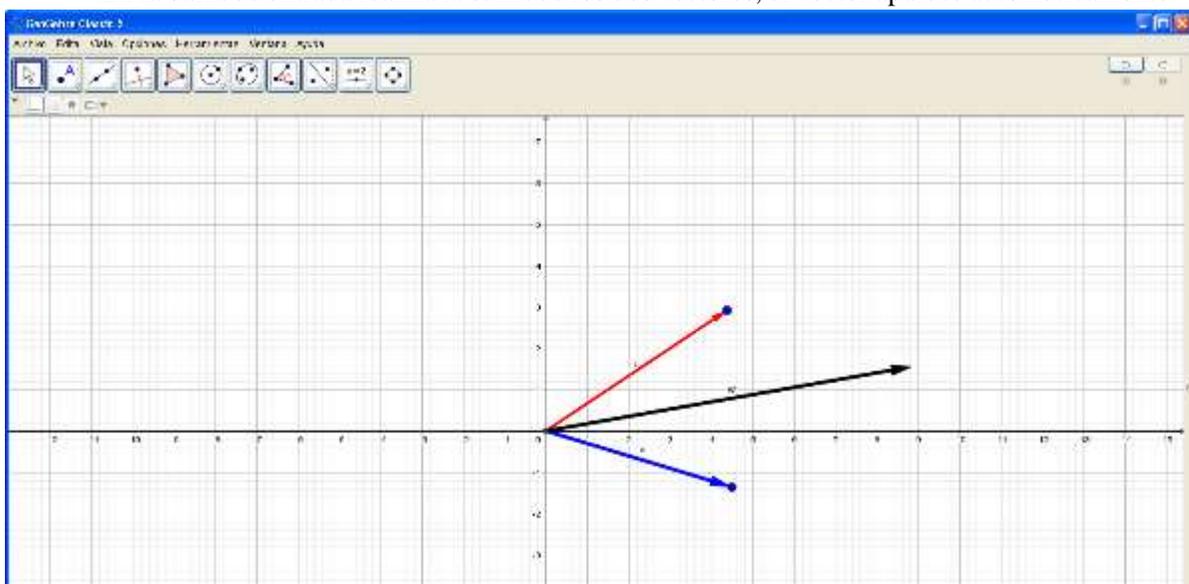
- Dar los nombres correspondientes a cada uno de los segmentos perpendiculares  
Mueve los puntos A, B, C y observar las alturas del triángulo para infinitos triángulos distintos.



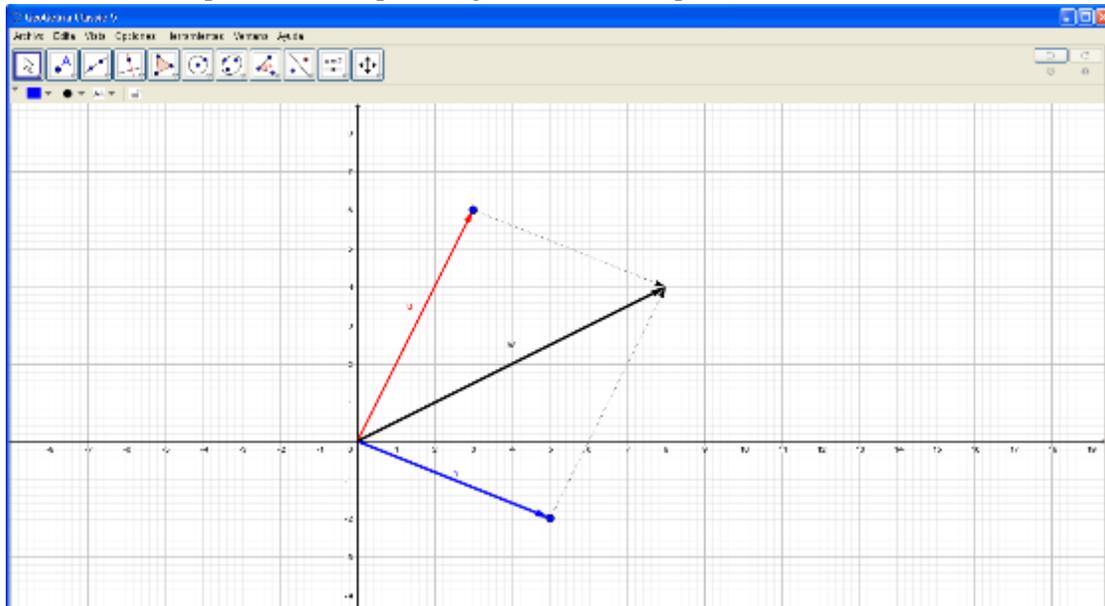
## Suma de dos vectores

### Procedimiento para la construcción dinámica.

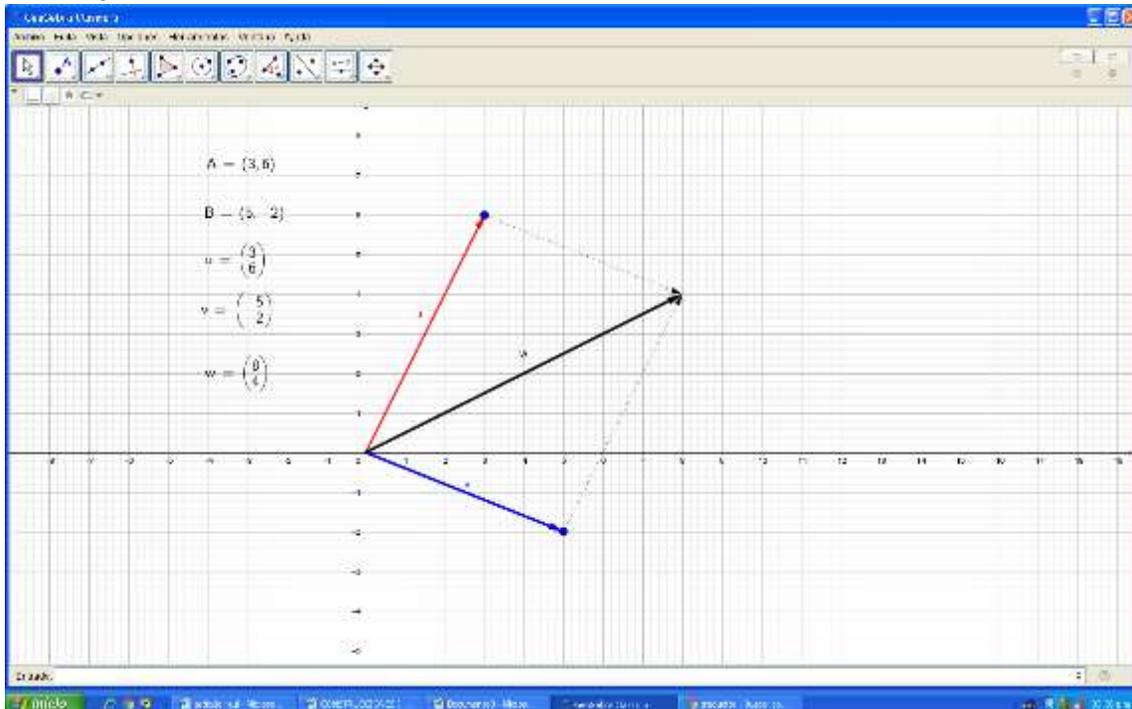
- Colocar la vista gráfica con ejes y cuadrícula.
- Ubica un vector desde el origen a un punto cualesquiera del plano.
- Ubica un segundo vector desde el origen a cualquier punto del plano.
- En la barra de entrada realiza la suma de los dos vectores, el vector aparece automáticamente.



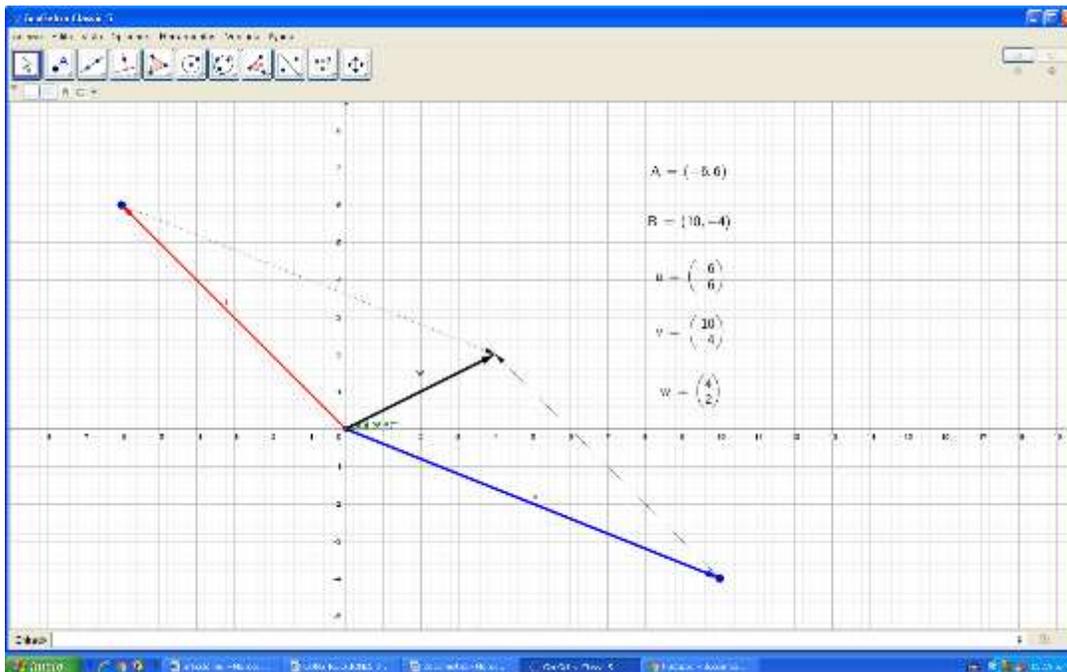
- Crea vectores equipolentes a los vectores iniciales que comiencen en el punto terminal del otro vector para formar el paralelogramo, dar estilo punteado a estos nuevos vectores.



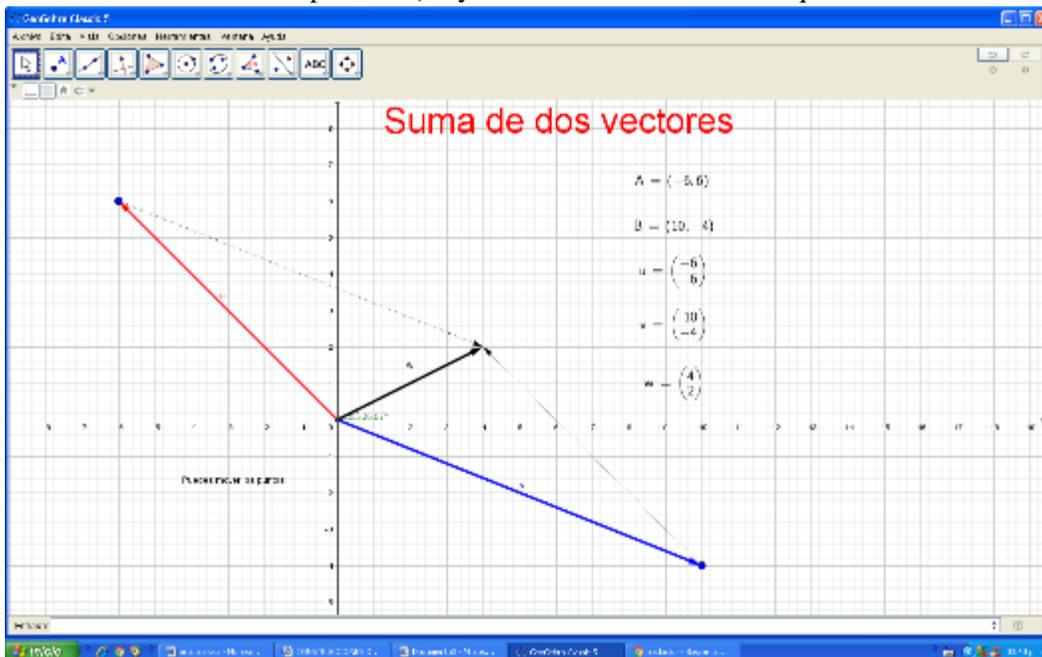
- Extrae de la vista algebraica los puntos terminales de los vectores y colócalos en la vista gráfica.



- Coloca un punto en el eje positivo de las x para luego formar el ángulo entre este punto, el origen y el punto terminal de la suma.



- Puedes mover los puntos **A**, **B** y observar la suma de cualesquiera dos vectores en el plano.



Libros dinámicos desarrollados

- Álgebra lineal. <https://www.geogebra.org/m/pgf9bbge>
- Teoremas de la Geometría. <https://www.geogebra.org/m/c2MwP2Y6>



- Geometría. <https://www.geogebra.org/m/eWCVHrP2>
- Trigonometría. <https://www.geogebra.org/m/xEcUWmTB>
- Álgebra. <https://www.geogebra.org/m/ayt5zfpx>
- Cálculo. <https://www.geogebra.org/m/mZyKYkGc>
- Ecuaciones diferenciales una aproximación computacional. <https://www.geogebra.org/m/m6BqRZYc>
- Transformada de Laplace. <https://www.geogebra.org/m/gWz2fbC8>
- Armonías. <https://www.geogebra.org/m/rFc5Pa76>
- Ilusiones ópticas. <https://www.geogebra.org/m/xwfJpkpJ>

Estas construcciones computacionales permiten un potencial muy grande en el manejo de los conceptos matemáticos, la estética de las imágenes es remplazada por la interacción continua y dinámica de los estudiantes, con los objetos matemáticos sobre los cuales va a desarrollar aprendizaje significativo. Implica esto, darle la oportunidad al binomio docente/estudiante, de verificar un teorema, construir una relación entre dos variables o diseñar una estructura que permita dar solución a un problema particular o general lo que es determinante en la apropiación y construcción del conocimiento y saber matemático.

### **Referentes bibliográficos.**

Burbules, Nicholas y Thomas Callister (2001) Educación: riesgos y promesas de las nuevas tecnologías de la información.

Madrid, Granica Chevallard Yves. (1997) La trasposición didáctica: Del saber.

Barriga, Frida (1999). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista. <http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/biblioteca/articulos/pdf/strate.pdf>.

Losada, Rafael (2006). GeoGebra: la eficiencia de la intuición. [http://www.iespraviva.com/mates/software/2005/geogebra/\\_ayuda\\_para\\_Geogebra/geogebra.pdf](http://www.iespraviva.com/mates/software/2005/geogebra/_ayuda_para_Geogebra/geogebra.pdf).



## La Enseñanza de la Distribución de Poisson a través de la Ingeniería Didáctica en Estudiantes de Educación Superior.

Saúl Enrique Vides Gómez<sup>10</sup>.  
Jhonny Antonio Rivera Vergel<sup>11</sup>.

### Resumen.

Esta investigación mostró como la ingeniería didáctica es un motor de progreso en la enseñanza del objeto matemático distribución de Poisson. El enfoque utilizado por los investigadores para la enseñanza del objeto matemático, en mención es de tipo cualitativo, caracterizado por: la interacción con los alumnos, observación y evaluación de los hechos. La investigación realizada fue de tipo descriptiva, correlacional y explicativa; porque se pretendió reseñar con precisión como los alumnos conformaron el concepto distribución de Poisson. En donde el análisis y descripción de los hechos se realizó atendiendo, las fases de la ingeniería didáctica: análisis preliminares, diseño y análisis a priori de las situaciones, experimentación, análisis a posteriori y evaluación. Se observó, que transcurrido un tiempo de impartido el concepto en mención en las aulas de clases, de las instituciones educativas lo han olvidado y no pueden aplicarlo a problemas requeridos por su perfil profesional, y por tanto la realización de esta investigación contribuyó a una comprensión adecuada de los rasgos de la distribución de Poisson y su aplicación a problemas probabilísticos. Los conceptos de probabilidad, variable aleatoria discreta, sumatoria, factorial asociados a la distribución de Poisson fueron reconocidos por los alumnos que hicieron parte de esta investigación.

**Palabras claves:** ingeniería didáctica, objeto matemático, probabilidad, distribución, variable.

### Abstract.

This research showed how didactic engineering is an engine of progress in teaching the mathematical object Poisson distribution. The approach used by researchers for the teaching of the mathematical object in question is of a qualitative nature, characterized by: interaction with students, observation and evaluation of the facts. The research carried out was descriptive, correlational and explanatory; because through it it was intended to accurately describe how the students formed the concept of Poisson distribution. Where the analysis and description of the facts was made attending the phases of didactic engineering: preliminary analysis, design and analysis a priori of the situations, experimentation, ex post analysis and evaluation. It was observed in the students that after a given time the concept in mention in the classrooms of the educational institutions have forgotten and can not apply it to problems required by their professional profile and therefore the realization of this research contributed to an understanding adequate of the features of the Poisson distribution and its application to probabilistic problems. The concepts of probability, discrete random, summative, factorial variables associated with the Poisson distribution were recognized by the students who were part of this investigation.

**Key words:** didactic engineering, mathematical object, probability, distribution, variable.

<sup>10</sup> Magíster en Matemática Aplicada; Universidad Popular del Cesar; Colombia; saulvides@unicesar.edu.co

<sup>11</sup> Magíster en Matemática Aplicada; Institución Educativa Imtpecam; Colombia; jhonnyrivera@unicesar.edu.co



## 1. INTRODUCCIÓN.

En países desarrollados, los avances tecnológicos y científicos, han propiciado la incorporación del componente pensamiento aleatorio a los programas de Matemáticas de la enseñanza Primaria, Secundaria y de diferentes especialidades universitarias. Ello ha impulsado, la investigación en el campo de la Educación Estadística. Ejemplos de proyectos curriculares de acuerdo a estas ideas son: Schools Council Project on Statistical Education en el Reino Unido (1957-1981), Quantitative Literacy Project (1985-98) y Data Driven Mathematics (1996-2000) en Estados Unidos. Los materiales didácticos, el software educativo, investigaciones, revistas, reuniones y congresos sobre la enseñanza de la estadística han crecido en los últimos años (Batanero, 2001).

La Estadística como ciencia, está en notable crecimiento; sin embargo, la Didáctica de la Estadística tiene una evolución incipiente. El número de investigaciones sobre la enseñanza - aprendizaje de esta es aún escaso y, sólo se están comenzando a conocer las dificultades de aprendizaje de los estudiantes en los conceptos más importantes de esta disciplina (Batanero, 2001)

Investigaciones realizadas para diversas problemáticas del área Estadística muestran que, las mismas, ayudan a los estudiantes a comprender progresivamente el entorno, mediante el dominio del pensamiento aleatorio. Los conceptos estadísticos fundamentales, como la distribución de Poisson, proporcionan procedimientos usados para estudiar datos de Genética Médica. No obstante, no es una tarea sencilla, lograr el aprendizaje significativo de este concepto; porque es necesario adaptar este concepto a las capacidades cognitivas del estudiante; así como, diseñar situaciones didácticas que propicien su aprendizaje significativo. La Distribución de Poisson es administrada por diversos programas profesionales universitarios, entre ellos están los cursos de Estadística del programa para formar ingenieros, (Batanero, 2001).

Para esta investigación, las prácticas cotidianas durante el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Distribución de Poisson, en el aula llevan a los alumnos a hacerse una representación interna de lo permitido y aquello que no es posible, con relación a cierto conocimiento de las Matemáticas. De ahí que, el trabajo del profesor consiste en proponerle al alumno una situación de aprendizaje, para que produzca sus conocimientos como respuesta personal a un problema y, los haga funcionar o los modifique como respuesta a las exigencias del medio y no a un deseo del profesor, (Sadovsky, Patricia. 2012). Para estudiar esto último, es necesario el uso de la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau, (1981), según la cual el profesor busca provocar en el estudiante los conflictos que lo lleven a la construcción del conocimiento, en particular el conocimiento estadístico, dándose cuatro fases; de tal forma que el alumno interactúe con el ambiente y logre la evolución de las nociones originales.

Las dificultades para la adquisición del concepto distribución de Poisson, pueden presentarse de diversos modos, entre ellas se tienen: Los programas académicos de contenidos, para las carreras de Ingeniería; porque pueden conducir a dificultades, obstáculos y errores durante su aplicación. A esta se agrega, la falta de solidez de los conocimientos de algunos estudiantes; la cual se revela cuando, transcurrido un cierto tiempo de impartida la asignatura, han olvidado contenidos



importantes y no pueden hacer uso de ellos para resolver problemas en su campo de acción. Otra dificultad presente en los estudiantes, es la de poseer una comprensión mecánica de los conceptos básicos del análisis; es decir, no han alcanzado una comprensión de las nociones básicas subyacentes.

Las consideraciones teóricas que soportan esta investigación, se enmarcan en perspectivas conceptuales sobre las Situaciones didácticas, Transposición didáctica y conformación de conceptos matemáticos. Para la transposición se propone un enfoque, que adecua la situación didáctica en un contexto social particular.

Las razones que dieron lugar a esta investigación, se debe a la importancia por desarrollar en los alumnos una comprensión adecuada, de los rasgos de los fenómenos aleatorios en lo concerniente a la distribución de Poisson, y a las aplicaciones que tiene este objeto matemático en problemas probabilísticos muy complejos en física, ecología, ingeniería y gestión.

## 2. MÉTODO

El diseño de la investigación, se fundamentó a partir de teorías didácticas de las matemáticas como las de Brousseau (1981) y Chevallard (1997), en donde se implementó una situación didáctica diseñada por los investigadores, en esta se planteó a los alumnos preguntas y problemas relacionados con el objeto matemático distribución de Poisson, y en donde se les solicitó interpretar la mayoría de los resultados. La elaboración y aplicación de la situación didáctica estuvo soportada por la ingeniería didáctica compuesta por las siguientes fases:

**Análisis Preliminares:** Se refiere a la epistemología de los contenidos a enseñar, la enseñanza tradicional y sus efectos, las concepciones de los estudiantes, las dificultades y obstáculos que se presentan en el aprendizaje.

- **Concepción y análisis a priori:** Constituye el diseño de la ingeniería, la cual va a actuar sobre un determinado número de variables del sistema: variables macro - didácticas o globales y variables micro - didácticas o locales; las dos pueden ser generales o dependientes del contenido didáctico, pero las segundas se refieren propiamente a la organización y la gestación de la secuencia o situación didáctica de la clase.
- **Experimentación:** La experimentación es el momento en el cual, se ejecuta lo planificado o situación didáctica diseñada.
- **Análisis a posteriori y validación:** Se analiza y valida los resultados obtenidos en la implementación de la situación didáctica, mediante la confrontación del análisis a priori y a posteriori.

La situación didáctica fue resuelta individualmente; el tiempo de duración para el desarrollo de la situación didáctica se estableció de 2 horas y los resultados dados por los alumnos en cada punto o problema propuesto fueron analizados.

En el análisis realizado, los investigadores se preocuparon por la interpretación que le daban los alumnos a las variables  $P$ ,  $\lambda$  y  $x$  que intervienen en la fórmula de Poisson para calcular la probabilidad de un evento:

$$P = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

En donde:

1.  $P$  = Probabilidad de éxito
2.  $\lambda$  = Promedio o razón de ocurrencia del evento aleatorio por unidad de tiempo o espacio
3.  $x$  = Número de éxitos.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados arrojados por esta investigación reflejaron en los alumnos los siguientes aspectos:

- Poco reconocimiento de la definición de factorial de un número.
- Dificultad para encontrar el valor del parámetro lambda ( $\lambda$ )
- Desconocimiento de las reglas para calcular la probabilidad de un evento aleatorio a través de la distribución en mención, los cuales son:
  1. Si  $n$  es grande y  $p$  cercana a cero, se puede usar la distribución
  2. Si  $p$  es cercana a 1, aún se puede utilizar la distribución
- Desconocimiento de que los éxitos buscados (valores de la variable  $x$ ) en la distribución de Poisson son expresados por unidad de área, tiempo, etc.

El desarrollo de esta investigación permite mostrar las siguientes conclusiones:

- El origen de la distribución de Poisson contribuye a un aprendizaje significativo de éste, ya que muestra las condiciones que provocaron su desarrollo.
- Los conceptos de probabilidad, variable aleatoria discreta, factorial asociados a la distribución de Poisson necesitan ser reconocidos por los alumnos.
- Es necesario la construcción de secuencias didácticas para la mejor comprensión del concepto de la distribución de Poisson.



- Los alumnos necesitan más acompañamiento por parte del profesor para la enseñanza y aprendizaje de la distribución de poisson.

Para la enseñanza de la distribución de Poisson, es necesario establecer las condiciones necesarias para su apropiación por parte de los alumnos y desarrollar ejemplos donde se calcule el parámetro lambda ( $\lambda$ ).

#### 4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Batanero Carmen (2001). Didáctica de la Estadística. Grupo de Educación Estadística. Universidad de Granada.

Brousseau Guy. (1981). “Problèmes de didactique des décimaux“. Recherches en Didactique des Mathématiques. Vol. 2, pp. 37-127. (1986). “Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques“.

Chevallard Y. (1997) L’enseignement des SES est-il une anomalie didactique? Skholê, cahiers de la recherche et du développement, IUFM de l’Académie d’Aix-Marseille, n°6, 25 – 37.

Sadosky Patricia (2012). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. Recuperado de [https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria\\_situaciones.pdf](https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf).



## Efecto de la Estrategia Lúdico-Pedagógica, Articulada a los Procesos de Resolución de Problemas de Tipo Numérico.

Effect of the ludic – pedagogical strategy articulated to the problem solving processes of numerical type.

**Autores:** MSc. Calderon, Stephany<sup>12</sup>, MSc. Orozco, Xiomara<sup>13</sup> y Msc. Ariza, Evelyn<sup>14</sup>

### Resumen.

La investigación científica es un épsilon que crece en todas las ramas del conocimiento y la matemática no es ajena a estos avances, es así como surge el interrogante que dio origen a la investigación: ¿Existe relación entre el aprendizaje de conceptos matemáticos resueltos en papel y lápiz y el uso de estrategia lúdico-pedagógica para la resolución de problemas? Para cumplir con el objetivo “determinar el efecto de la estrategia lúdico-pedagógica articulada a los procesos de resolución de problemas numéricos”, se tomó una muestra aleatoria de 48 estudiantes de segundo grado, con edades entre los 6 y 7 años de la Institución Educativa Rodrigo Galván de la Bastidas de Santa Marta-Magdalena. Al observar las dificultades en las competencias matemáticas, se propuso mejorar en el campo de la lúdica a través de la resolución de problemas ideando estrategia lúdico-pedagógica basada en Clase para pensar evidenciando las entrevistas flexibles aplicadas a los estudiantes antes y después de la intervención en el aula. Después de haber comparado los instrumentos se confirmaron las hipótesis de trabajo, encontrando diferencias significativas en los procesos cognitivos y metacognitivos, evidenciando que si hubo efecto en la estrategia lúdico-pedagógica articulada a los procesos de resolución de problemas de tipo numérico.

**Palabras Claves:** Didáctica, Matemática, Lúdica matemática, Estrategia pedagógica, Resolución de problemas, Procesos Cognitivos y Metacognitivos.

### Abstract

Scientific research is an epsilon that grows in all branches of knowledge and mathematics is not alien to these advances, this is how the question that gave rise to research arises: Is there a relationship between the learning of mathematical concepts solved on paper and pencil and the use of ludic-pedagogical strategy for solving problems? To fulfill the objective "to determine the effect of the ludic-pedagogical strategy articulated to the processes of solving numerical problems", a random sample of 48 second-grade students was taken, with ages between 6 and 7 years of the Educational Institution Rodrigo Galván from the Bastidas de Santa Marta-Magdalena. When observing the difficulties in the mathematical competences, it was proposed to improve in the field of playfulness through the problem solving by designing a class-based educational-pedagogical strategy to think about the flexible interviews applied to the students before and after the intervention in Classroom. After having compared the instruments, the working hypotheses were confirmed, finding significant differences in the cognitive and metacognitive processes, showing that there was an effect in the ludic-pedagogical strategy articulated to the processes of problem solving of numerical type.

**Keywords:** Didactic, Mathematical play, Pedagogical strategy, Problem solving, Cognitive and Metacognitive processes.

---

<sup>12</sup> Magister en Educación con énfasis en Pensamiento Matemático de la Universidad del Norte. Licenciada en Matemáticas y Física de la Universidad Popular del Cesar. [cstephany@uninorte.edu.co](mailto:cstephany@uninorte.edu.co)

<sup>13</sup> Magister en Educación con énfasis en Pensamiento Matemático de la Universidad del Norte. Licenciado en Matemáticas de la Universidad del Magdalena. [xorozco@uninorte.edu.co](mailto:xorozco@uninorte.edu.co)

<sup>14</sup> Doctoranda en Educación de Universidad Castilla la Mancha.

Magister en Educación con énfasis en Cognición para Matemáticos de la Universidad del Norte. Licenciado en Matemáticas de la Universidad del Atlántico. [evelynm@uninorte.edu.co](mailto:evelynm@uninorte.edu.co)



## 1. Introducción

Colombia vivencia una problemática en relación con la educación que en la actualidad se centra en las matemáticas, donde se refleja el bajo rendimiento que muestran los estudiantes en las distintas pruebas nacionales e internacionales realizadas en los últimos años (SERCE, 2006; TIMSS, 2007; PISA, 2012; ICFES, 2015). Esto ha despertado el interés de educadores matemáticos e investigadores por encontrar respuesta a los interrogantes que surgen durante la tarea de enseñar y aprender matemáticas; es así como la educación matemática ha sido objeto de investigación en la última década, lo que ha permitido generar reflexiones dentro de los grupos de docentes e investigadores, quienes han hecho planteamientos acerca del compromiso individual y grupal de los integrantes de las instituciones educativas, en la reorientación y fortalecimiento de las prácticas desde la matemática, la cual permite contribuir a mejorar la calidad en la educación (Ortiz, M, 2001). Por consiguiente, se implementó la estrategia lúdico-pedagógica articulada a los procesos de resolución de problemas, donde se considera la lúdica como juego y actividad humana y vivencial que promueve la evolución íntegra de quienes se involucran en ella, lo cual resulta ser una actividad que desarrolla actitudes, habilidades y capacidades de beneficio para la educación, surgiendo así la importancia de los juegos educativos. (Martínez, M. 2000).

El documento presenta las bases teóricas que soportan la investigación haciendo referencia a los aportes que otras investigaciones le facilitan a la presente, desde el análisis de la variable independiente estrategia lúdico-pedagógica basada en clase para pensar de López, L. (2011) y las variables dependientes: procesos de resolución de problemas cognitivos y metacognitivos. En esta investigación se propuso mejorar la calidad educativa en el campo de la lúdica matemática a través de la resolución de problemas de tipo numérico.

## 2. Metodología

Esta investigación se enmarca en el enfoque cuantitativo – explicativo, con paradigma positivista basado en lo didáctico práctico. El enfoque cuantitativo, según Hernández, Fernández y Baptista (2010), utiliza la recolección de datos para probar hipótesis basado en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin de establecer pautas de comportamiento y probar teorías. De igual forma, es de carácter explicativo, cuyo propósito es establecer la relación entre dos variables a partir de la medición controlada y objetiva de las mismas, partiendo de una pregunta problema y unas hipótesis que pueden ser probadas. Para el paradigma positivista, la realidad es objetiva y está sujeta a un orden propio que permite explicar, predecir y controlar los fenómenos. Este enfoque es pertinente para dar solución a la pregunta problema planteada ¿Cuál es el efecto de la estrategia lúdico-pedagógica, articulada a los procesos de resolución de problemas de tipo numérico? pues se habla de “efecto”, lo que involucra un contraste en condiciones de control experimental que se llevó a cabo en la investigación.

El diseño de la investigación es cuasi-experimental, ya que se manipuló una variable independiente (estrategia lúdico-pedagógica) para observar su efecto y relación con las variables dependientes (procesos en la resolución de problemas y éxito en la solución de problemas). Según Hernández, Fernández y Baptista (2010), en los diseños cuasi-experimentales los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento.



En este sentido, la investigación se desarrolló con un grupo experimental y otro control como medio de comparación entre la muestra representativa de la población, la cual estuvo conformada por 48 estudiantes, con estrato socioeconómico bajo, entre ambos grupos de segundo grado de primaria de la Institución Educativa Rodrigo Galván de la Bastidas del sector público ubicada en Santa Marta - Magdalena, a quienes se aplicó la entrevista flexible denominada pretest y postest (antes y después de la implementación de la estrategia lúdico-pedagógica) basado en clase para pensar (López, L. 2011), con la finalidad de analizar la equivalencia entre los grupos y evaluar el efecto de los procedimientos, para lo cual se utilizaron como técnicas las pruebas estandarizadas, entrevistas, observaciones, etc.

La entrevista semiestructurada “Fusión de Procesos Cognitivos y Estrategias para la Resolución de Problemas” (López, L. 2011) contiene problemas matemáticos de estructuras aditivas para estudiantes de segundo grado de básica primaria, en este instrumento se dio cuenta de la presencia de los procesos cognitivos: exploración, comprensión, adquisición de nueva información y análisis; así como de los procesos metacognitivos: planeación, monitoreo local y global en la resolución de estos problemas matemáticos.

## 2.1. Procedimiento

Para el marco metodológico se llevaron a cabo seis fases estructuradas de la siguiente manera:

Fase 1. Formación de investigadores como trabajadores de campo en entrevista flexible.

Fase 2. Diseño del instrumento (problemas de estructuras aditivas) para aplicar a los estudiantes.

Fase 3. Se realizó la solicitud y socialización a la Institución Educativa Rodrigo Galván de la Bastidas en Santa Marta – Magdalena para que hiciera parte de la investigación.

Fase 4. Aplicación de prueba pretest mediante la entrevista semiestructurada “Fusión de Procesos Cognitivos y Estrategias para la Resolución de Problemas”.

Fase 5. La implementación de estrategias lúdico-pedagógicas articulada a los procesos en la resolución de problemas numéricos.

Fase 6. Aplicación del postest, después de la aplicación de estrategias lúdico-pedagógicas en el grupo experimental.

## 3. Análisis de resultados

Para el análisis de los resultados se procede primero a realizar estadísticas descriptivas como media y desviación estándar a partir de la digitación de los datos recolectados después de haber realizado el pretest y postest con el instrumento seleccionado, para esto se utilizó la Prueba de Kolmogorov-Smirnov, de bondad de ajuste, la cual sirve para contrastar la hipótesis nula de que la distribución de una variable se ajusta a una determinada distribución teórica de probabilidad; obteniendo así el rechazo de la hipótesis de normalidad con un nivel crítico de  $p < 0.005$ , y se concluyó que las puntuaciones de las variables no se ajustan a una distribución normal.

Luego se utilizó una Prueba de H de Kruskal- Wallis, es una extensión de la prueba U Mann-Whitney, es el análogo no paramétrico del análisis de varianza de un factor (ANOVA) y detecta las diferencias en la localización de las distribuciones. A su vez, se utilizó una Prueba de Wilcoxon, con la cual se compara la distribución de dos variables y se tiene en cuenta la información del signo de las diferencias y de la magnitud de las diferencias entre los pares. Los resultados más relevantes de esta prueba fueron los siguientes:

Tabla 1. Comparación del pretest entre los estudiantes del grupo experimental y control.

	G. Experimental		G. Control		Z	Sig.
	M	DS	M	DS		
Explora	0.96	0.141	1.00	0.000	-1.430	0.153
Comprende	0.65	0.275	0.50	0.233	-2.043	0.041
Adquiere	0.54	0.440	0.25	0.361	-2.342	0.019
Analiza	0.28	0.228	0.12	0.187	-2.824	0.005
Planea	0.38	0.423	0.00	0.000	-3.918	0.000
Monitoreo Local	0.39	0.244	0.11	0.180	-3.694	0.000
Monitoreo Global	0.09	0.162	0.00	0.000	-2.826	0.005
Exactitud	0.65	0.345	0.58	0.381	-0.548	0.584
Justificación	0.31	0.355	0.02	0.102	-3.544	0.000

Nota: G= Grupo, M= Media, DS= Desviación estándar, Z= Puntuación U Mann

Whitney, Sig= Nivel de significancia.

Siguiendo con los resultados obtenidos en el pretest, se realizó una segmentación entre los procesos cognitivos y metacognitivos. Los procesos cognitivos son: exploración, comprensión, adquisición de nueva información y análisis (López, L. 2013), de los cuales se encontraron diferencias significativas en los procesos: comprende, adquiere nueva información y analiza, mostrando que el grupo experimental inicia con una media más alta que la del grupo control. Para el grupo experimental, el proceso comprende tiene una media de 0.65 (DS=.275) y el grupo control tiene una media de 0.50 (DS=.233) ( $Z=-2.043$ ,  $p<0.050$ ); adquiere nueva información ya que el grupo experimental tiene una media de 0.28 (DS=.228) y el grupo control tiene una media de 0.12 (DS=.187) ( $Z=-2.824$ ,  $p<0.010$ ); analiza ya que el grupo experimental tiene una media de 0.28 (DS=.228) y el grupo control tiene una media de 0.12 (DS=.187) ( $Z=-2.824$ ,  $p<0.010$ ).

Estos resultados concuerdan con los obtenidos por Martínez, C. (2012), en su investigación “Resolución de problemas de estructura aditiva con estudiantes de segundo grado de educación primaria”, en la que logró notar que su trabajo está relacionado de manera directa con las estrategias que usan los estudiantes al momento de comprender, analizar o interiorizar los problemas con estructuras aditivas por la adquisición de ese conocimiento informal, donde la variable comprende tiene una correlación más fuerte con la correcta solución del problema que con el manejo de conocimientos previos.

En cuanto a los procesos de la resolución de problemas de orden metacognitivo son: planeación, monitoreo local y monitoreo global o evaluación (López, L. 2011), los cuales evidenciaron diferencias significativas indicando que el grupo experimental inició mejor que el grupo control, notándose los resultados así: planea ya que el grupo experimental tiene una media de 0.38 (DS=.423) y el grupo control tiene una media de 0.00 (DS=.000) ( $Z=-3.918$ ,  $p<0.001$ ); monitoreo

local ya que el grupo experimental tiene una media de 0.39 (DS=.244) y el grupo control tiene una media de 0.11 (DS=.180) ( $Z=-3.694$ ,  $p<0.001$ ); monitoreo global ya que el grupo experimental tiene una media de 0.09 (DS=.162) y el grupo control tiene una media de 0.00 (DS=.000) ( $Z=-2.826$ ,  $p<0.010$ ).

Estos resultados son similares a los de las investigaciones realizadas por: Lee, Yeo & Hong (2014) sobre la instrucción metacognitiva para que los estudiantes de cuarto de primaria aborden problemas matemáticos no rutinarios; reveló que el esquema metacognitivo tuvo un impacto positivo en la comprensión de los estudiantes sobre el problema planteado, la planificación de la solución, la confianza y el control o revisión en la resolución de problemas.

Tabla 1. Comparación del postest entre los estudiantes del grupo experimental y control.

	G. Experimental		G. Control		Z	Sig.
	M	DS	M	DS		
Explora	1.00	0.000	0.98	0.102	-1.000	0.317
Comprende	0.86	0.195	0.43	0.116	-5.577	0.000
Adquiere	0.15	0.232	0.06	0.169	-1.407	0.160
Analiza	0.37	0.147	0.01	0.047	-6.196	0.000
Planea	0.90	0.294	0.00	0.000	-6.254	0.000
Monitoreo Local	0.70	0.276	0.06	0.111	-5.792	0.000
Monitoreo Global	0.25	0.221	0.00	0.000	-4.747	0.000
Exactitud	0.85	0.275	0.81	0.247	-0.805	0.421
Justificación	0.79	0.359	0.19	0.288	-4.710	0.000

Nota: G= Grupo, M= Media, DS= Desviación estándar, Z= Puntuación U Mann

Whitney, Sig= Nivel de significancia.

Siguiendo con los resultados obtenidos en el pos test, se realizó una segmentación entre los procesos cognitivos y meta cognitivos. Para los procesos cognitivos comprende y analiza se observó diferencia significativa entre los grupos, donde el grupo Experimental muestra mejores resultados que el grupo control. Establecidos así: comprende ya que el grupo experimental tiene una media de 0.86 (DS=0.195) y el grupo control tiene una media de 0.43 (DS=0.116) ( $Z=-5.577$ ,  $p<0.001$ ); analiza ya que el grupo experimental tiene una media de 0.37 (DS=0.147) y el grupo control tiene una media de 0.01 (DS=0.047) ( $Z=-6.196$ ,  $p<0.001$ ).

Desde el punto de vista meta cognitivo se logró un efecto significativo en todos los procesos que hacen parte de él, tales como: planea, monitoreo local y monitoreo global. Con los siguientes resultados: planea ya que el grupo experimental tiene una media de 0.90 (DS=0.294) y el grupo control tiene una media de 0.00 (DS=0.000) ( $Z=-6.254$ ,  $p<0.001$ ); monitoreo local ya que el grupo experimental tiene una media de 0.70 (DS=0.276) y el grupo control tiene una media de 0.06



(DS=0.111) ( $Z=-5.792$ ,  $p<0.001$ ); monitoreo global ya que el grupo experimental tiene una media de 0.25 (DS=0.221) y el grupo control tiene una media de 0.00 (DS=0.000) ( $Z=-4.747$ ,  $p<0.001$ ).

Así mismo, Sahin, S. y Kendir, F. (2013), analizaron el efecto del uso de procesos meta cognitivos en la resolución de problemas matemáticos. La investigación se llevó a cabo con un diseño cuasi-experimental de grupos equivalentes (control y experimental), con pre y pos test, en 75 estudiantes de quinto grado de primaria de una escuela de la región central de Anatolia (Turkia). Los procesos meta cognitivos de planeación, monitoreo y evaluación, son considerados por los autores como los necesarios en la resolución de problemas; y su correcta internalización es vista como clave en el éxito al resolver problemas por parte de los estudiantes, encontrándose una diferencia significativa positiva entre grupos entre la resolución de problemas matemáticos y la enseñanza de los procesos meta cognitivos de planeación, monitoreo en términos de monitoreo local y evaluación en términos de monitoreo global.

Otro proceso anexado a la investigación es la exactitud y la justificación que son parte del éxito en la resolución de problemas, haciendo referencia al grado de precisión y explicación de los problemas numéricos que los estudiantes realizaron al momento de resolver problemas y la forma cómo emplearon las competencias de modelación y ejercitación en los problemas con estructuras aditivas. En la investigación se encontró que la justificación fue un proceso significativo, ya que el grupo experimental tiene una media de 0.79 (DS=0.359) y el grupo control tiene una media de 0.19 (DS=0.288), ( $Z=-4.710$ ,  $p<0.001$ ).

Lo anterior es soportado por Bastiand, M. (2012) quien en su tesis “Relación entre comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de sexto grado de primaria de las instituciones educativas públicas del Concejo Educativo Municipal de la Molina – 2011”, concluyó que en la prueba de resolución de problemas matemáticos los alumnos se ubican en nivel de “proceso”, los cuales resolvieron correctamente el 75% de las preguntas de la prueba de resolución de problemas matemáticos indicando de esta manera que los estudiantes utilizan el proceso de comprensión y justificación con un promedio de 56% mostrando efectividad en el aprendizaje de las matemáticas y mejorando cognitivamente los conocimientos de los alumnos. El análisis estadístico muestra que en efecto, la variable comprensión tiene una correlación más fuerte con la correcta solución del problema que el manejo de conocimientos previos.

Analizando las diferencias significativas entre el grupo experimental y el grupo control en torno a los procesos de resolución de problemas de estructuras aditivas, después de la implementación de las estrategias lúdico-pedagógicas; se encontró que al comparar los resultados de los estudiantes, el grupo experimental obtuvo una ganancia significativamente mayor que el grupo control. Esta ganancia posiblemente estuvo altamente relacionada con el hecho de que el docente del grupo experimental recibió una formación para pensar, permitiendo un cambio en la práctica con respecto a la enseñanza de las matemáticas, lo cual era de esperarse que tuviera un impacto positivo en el conocimiento de sus estudiantes.

Teniendo en cuenta las tablas anteriores y luego de haber analizado los resultados de la implementación de la estrategia del antes (Pre test) y después (Pos test), se concluye verificando si se cumplen las hipótesis de trabajo planteadas:

1. Determinar el efecto de la estrategia lúdico-pedagógica, articulada a los procesos Cognitivos en la resolución de problemas de tipo numérico.



Se observa que los estudiantes de ambos grupos comenzaron iguales en el proceso cognitivo explora, mientras que los estudiantes del grupo experimental iniciaron con media más alta para los procesos comprende, adquiere nueva información y analiza.

Después de la implementación de las estrategias lúdico-pedagógicas, articuladas a los procesos cognitivos en la resolución de problemas numéricos, se observó que los estudiantes de ambos grupos tienen diferencias significativas en los procesos cognitivos: comprende y analiza, debido a que los estudiantes del grupo experimental utilizan más estos procesos que los del grupo control. Mientras que en los procesos explora y adquiere nueva información no se observan diferencias significativas, aunque el primero en mención fue más utilizado por el grupo experimental que por el grupo control, sin embargo, la variación no fue alta como para decir que existía una diferencia significativa.

Se observan diferencias significativas antes y después de realizar la implementación de las estrategias lúdico-pedagógicas, articulada a la resolución de problemas numéricos en los procesos comprende y adquiere nueva información, dado que el primer proceso fue utilizado con mayor frecuencia por los estudiantes pertenecientes al grupo experimental después de la implementación. Mientras que en los estudiantes del grupo control se observan diferencias significativas en los procesos adquiere nueva información y analiza, encontrándose que estos procesos fueron empleados con mayor frecuencia antes de la implementación.

Es decir que se acepta la hipótesis que existe un efecto de la estrategia lúdico-pedagógica articulada a los procesos de resolución de problemas numéricos, sobre los Procesos Cognitivos Comprende y Analiza.

Determinar el efecto de la estrategia lúdico-pedagógica, articulada a los procesos meta cognitivos en la resolución de problemas de tipo numérico.

Se observa que los estudiantes de ambos grupos no comenzaron iguales en los procesos meta cognitivos planea, monitoreo local y monitoreo global debido a que los estudiantes del grupo experimental iniciaron con una media más alta.

Después de la implementación de las estrategias lúdico-pedagógicas, articulada a los procesos meta cognitivos en la resolución de problemas numéricos se observó que los estudiantes de ambos grupos tienen diferencias significativas en los tres procesos meta cognitivos (planea, monitoreo local y monitoreo global), debido a que los estudiantes del grupo experimental utilizan más estos procesos que los del grupo control.

Se observan diferencias significativas antes y después de realizar la implementación de las estrategias lúdico-pedagógicas; articuladas a la resolución de problemas numéricos en los procesos meta cognitivos planea, monitoreo local y monitoreo global, siendo estos procesos desarrollados con mayor frecuencia por los estudiantes del grupo experimental después de la implementación de las estrategias en el aula de clase.

Mientras que en los estudiantes del grupo control no se observan diferencias significativas en los procesos meta cognitivos, notándose que planea y monitoreo Global se mantienen sin variaciones

debido a que no emplean estos procesos y monitoreo local fue utilizado con mayor frecuencia antes de la implementación.

Es decir que se acepta la hipótesis que existe un efecto de la estrategia lúdico-pedagógica articulada a los procesos de resolución de problemas numéricos, sobre los procesos meta cognitivos. 3°. Determinar el efecto de la estrategia lúdico-pedagógica, articulada a la resolución de problemas de tipo numérico y el éxito en la solución de estos.

Se observa que los estudiantes de ambos grupos comenzaron iguales en la exactitud de la solución de problema matemático, mientras que en la justificación se observan diferencias significativas indicando que el grupo experimental empleó más este proceso que el grupo control.

Después de la implementación de las estrategias lúdico-pedagógicas, articulada a la resolución de problemas numéricos y el éxito en la solución de problemas, se observó que los estudiantes de ambos grupos tienen diferencias significativas en la justificación de su respuesta, debido a que los estudiantes del grupo experimental realizan esto más que los del grupo control. Mientras que en la exactitud no se observan diferencias significativas.

Se observan diferencias significativas antes y después de realizar la implementación de las estrategias lúdico-pedagógicas, articulada a la resolución de problemas numéricos en la justificación de la respuesta, demostrando que los estudiantes pertenecientes al grupo experimental realizan este proceso con mayor frecuencia después de las intervenciones en el aula. Mientras que la exactitud no muestra diferencia significativa, pero sí tiene una variación mínima dado que después de la implementación utilizaron más este proceso.

En los estudiantes pertenecientes al grupo control se observan diferencias significativas en la exactitud y justificación al momento de resolver problemas matemáticos de estructuras aditivas, notándose que este grupo presentó avances después de la implementación.

Es decir que se acepta la hipótesis que existe un efecto de la estrategia lúdico-pedagógica articulada a la resolución de problemas numéricos y el éxito en la solución de estos, sobre la justificación de la respuesta.

Por todo lo anterior, se evidencia que sí hubo efecto de la estrategia lúdico-pedagógica articulada a los procesos de resolución de problemas de tipo numérico.

## Conclusiones

La investigación se llevó a cabo en la Institución Educativa Rodrigo Galván de la Bastidas en la ciudad de Santa Marta, donde se demostró que al implementar estrategias lúdico-pedagógicas en el aula de clases se logró un efecto sobre los procesos de resolución de problemas y el éxito en su solución.

Se pudo determinar que hubo diferencias significativas entre el grupo experimental y el grupo control, después de la implementación de las estrategias lúdico-pedagógicas en cuanto a los procesos



cognitivos comprende y analiza y los procesos meta cognitivos, así como la justificación en el éxito de la solución de problemas.

Los resultados demuestran que el uso de las estrategias lúdicas incide en el mejoramiento académico y disciplinario de los estudiantes y a su vez se logra un cambio significativo en el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos; por lo anterior se invita a que los docentes hagan un cambio en su práctica.

## Referencias

- Bastiani, M. (2012). *Relación entre comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de sexto grado de primaria de las instituciones educativas públicas del Concejo Educativo Municipal de la Molina – 2011*. Perú: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Hernández, Fernández y Baptista. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- ICFES. (2015). *Información de la prueba Saber 3°, 5° y 9°*. Bogotá D. C
- ICFES. (2013). *Colombia en PISA 2012. Principales resultados*. Bogotá D.C.
- ICFES. (2010). *Resultados de Colombia en TIMSS 2007*. Bogotá D.C.
- Lee, Yeo & Hong. (2014). A metacognitive-based instruction for Primary Four students to approach non-routine mathematical word problems. *ZDM Mathematics Education* 46, 465–480 DOI 10.1007/s11858-014-0599-6
- López, L. (2013). *Contribución de las relaciones familiares y de los procesos de pensamiento al éxito en la resolución de problemas matemáticos*. Universidad del Norte. Barranquilla, Colombia.
- López, L. (2011). *La clase para pensar siglo XXI*. Universidad del Norte. Barranquilla, Colombia.
- Martínez, C. (2012). *Resolución de problemas de estructura aditiva con estudiantes de segundo grado de educación primaria*. (Tesis de maestría). México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Martínez, M. (2000). Artículo: *Juego didáctico o lúdico educativo*. Prensa Libre.
- MEN, (2006), *Estándares básicos en competencias ciudadanas: formar para la ciudadanía sí es posible*. Santa Fé de Bogotá D.C.
- Ortiz, M. (2001). *La Investigación en educación matemática en Colombia, 1991 - 1999*. Sociedad Colombiana de Pedagogía (SOCOLPE) Colombia - Bogotá.
- Sahin, S. M., y Kendir, F. (2013). The effect of using metacognitive strategies for solving geometry problems on students' achievement and attitude. *Educational Research and Reviews*, 8(19), 1777-1792.



## La Evaluación de los Aprendizajes en la Universidad Popular del Cesar: una Mirada desde las Creencias del Docente.

**Romelio José González Daza** ([romeliogonzalez@unicesar.edu.co](mailto:romeliogonzalez@unicesar.edu.co))  
**Arnaldo de Jesús Peralta Castilla** ([arnaldoperalta@unicesar.edu.co](mailto:arnaldoperalta@unicesar.edu.co))

### Resumen

Las creencias de los docentes universitarios, poco han sido estudiadas en el contexto colombiano. En esta investigación, se indagó sobre las desarrolladas por los docentes de la Universidad Popular del Cesar, en torno a la evaluación de los aprendizajes y su influencia en la práctica evaluativa; como consecuencia, de estas ideas concebidas durante su etapa de profesionalización, que con el tiempo los lleva a repetir esquemas heredados de sus antiguos formadores como verdad absoluta. Los resultados, obtenidos revelan, que aunque no hay coherencia entre lo que piensan, y lo que hacen en el campo de la evaluación, se logra identificar la afinidad de un grupo numeroso de maestros con la escuela tradicional, y uno muy reducido con el modelo cognitivo. Situación que genera, elementos de juicio que sirven de reflexión y que proyectan acciones mejoradoras para la Alma Mater, enrutándola hacia los modelos educativos de vanguardia de este siglo.

**Palabras clave:** Evaluación, docentes, creencias y prácticas

### Abstract

The beliefs of university teachers have little been studied in the Colombian context. In this research were asked on those developed by the teachers of the Popular University of Cesar about the evaluation of learning and its influence on evaluative practice, as a result of these ideas conceived during their time of professionalization, that over time leads them to repeat schemes inherited from their former trainers as absolute truth. The results obtained reveal that, although there is no consistency between what they think and what they do in the field of evaluation, it is possible to identify the affinity of a large group of traditional school teachers and one very small with the cognitive model. Situation that generates elements of judgment that serve as reflection and that project improvement actions for the alma mater, leading it towards the avant-garde educational models of this century.

**Key words:** Evaluations, teachers, beliefs and practices.

### 1- INTRODUCCIÓN.

La evaluación de los aprendizajes, es uno de los agentes dinamizadores de las transformaciones en la búsqueda de la calidad en la educación superior, un tema de suma trascendencia en cualquier nivel; por ende, existen algunos factores como las creencias o ideas concebidas durante la etapa de profesionalización de los docentes, que en determinados momentos pueden constituirse en obstáculos para su buena realización, pues es el docente quien toma las decisiones sobre qué es importante enseñar y evaluar, así como el motivo y utilidad de dicha evaluación (Contreras, 2010). La evaluación en ese contexto es reducida a una actividad terminal, cuya presencia muchas veces se justifica desde la formalización de la nota y no se constituye en un elemento transformador del proceso.



De acuerdo con Vásquez (2005), Los estudiantes deben repetir las “verdades” dictadas por los docentes o por los libros, sin importar si estas han sido comprendidas o no por ellos, a riesgo de ser reprobados.

Las creencias y la evaluación han inquietado por mucho tiempo a la comunidad científica. En España, motivó a estudiar “Las creencias sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje del inglés” (Blázquez y Tagle, 2010), llegando a la conclusión que los alumnos y profesores basaban sus creencias en el paradigma tradicional del lenguaje. También (Toledo, Rubio y Hermosin, 2012), con el tema “Creencias, rendimiento académico y actitudes de alumnos universitarios principiantes en un programa plurilingüe,” apuntan que tras ciertas incertidumbres el alumnado concibe positivamente, la experiencia al percibir que su nivel del idioma mejora y no se perjudica. En la investigación “Autoevaluación, evaluación entre iguales y coevaluación: conceptualización y práctica en las universidades españolas (Rodríguez, Ibarra y García, 2013), se analiza el concepto y uso de tres modalidades de evaluación emergentes: autoevaluación, evaluación entre iguales y coevaluación. Sobre este tema también investigaron (Ibarra y Rodríguez, 2014)”. El uso de las Modalidades Participativas de Evaluación: un Análisis de la Percepción del Profesorado y de los Estudiantes Universitarios”. Logran evidenciar, el escaso uso de modalidades participativas de evaluación en las universidades y, en segundo lugar, se resalta la necesidad de establecer procesos formativos, tanto para profesorado como para estudiantes.

En América Latina, (Ferreira, 2012) en “Creencias y concepciones docentes sobre la evaluación, de los aprendizajes en el contexto universitario” en Perú, muestra que el proceso de evaluación carece de rigurosidad, al planificarse de acuerdo con las creencias y no a partir de los objetivos de aprendizaje. En el Salvador, (Reyes, 2013) investiga “Las creencias de los profesores universitarios sobre evaluación del aprendizaje;” concluyendo, que las creencias que los profesores tienen sobre enseñanza- aprendizaje-evaluación, guían de alguna forma su práctica educativa.

En Colombia se indaga sobre, “La evaluación de los aprendizajes en las Instituciones de Educación Superior,” en la Universidad del Magdalena, (Escorcia, Caballero y Figueroa 2008) los docentes prefieren utilizar exámenes individuales sin el apoyo de textos, calculadoras, computadores u otros elementos de mediación, esto indica una aproximación al trabajo memorístico y repetitivo que viene de vieja data.

En esta investigación se parte de los conceptos, creencias y prácticas evaluativas que tienen los profesores de los diferentes programas de la Universidad Popular del Cesar, apoyados desde una perspectiva cuantitativa, los autores intentan escudriñar verdades sobre cómo obran las creencias, al momento de seleccionar la técnica de evaluación que aplican, los usos que le dan a los resultados y las prácticas durante la evaluación, influenciados por los arquetipos que se arraigaron en el trascurso de su formación profesional.

## **2- METODOLOGÍA.**

El estudio, es de enfoque cuantitativo y de naturaleza descriptiva correlacional, inicialmente se aplicó un instrumento con preguntas abiertas sobre evaluación, de los aprendizajes a un pilotaje de 30 docentes de diferentes programas. La información recogida fue el insumo para diseñar el cuestionario de escala tipo Likert de 84 ítems, distribuido entre creencias y prácticas evaluativas. Se emplearon las

técnicas de análisis, de componentes principales categóricas (CAPTCA) y análisis categórico, de correlación canónica (OVERALS). (CAPTCA) se caracteriza por revelar patrones de asociación, entre las variables objeto de estudio y reducir un conjunto original grande de variables, en otro más pequeño de componentes no correlacionadas, que representen la mayor parte de la información encontrada en las variables originales. (OVERALS) determina la similitud entre grupos de variables, comparando simultáneamente las combinaciones lineales de las variables, en cada grupo con las puntuaciones de los objetos. (OVERALS) en esta investigación es fundamental, determinar la coherencia entre las creencias sobre evaluación y las prácticas evaluativas, de los docentes de la Universidad Popular del Cesar. El universo estuvo conformado por 749 docentes, en cualquier tipo de vinculación y adscritos a la sede principal y se trabajó con una muestra de 200, con muestreo estratificado de afijación proporcional por programas, con un nivel de confianza del 95% y un error del 5%.

### 3- RESULTADOS

#### 3.1 Cuestionario de Creencias

Tabla 1. Saturaciones en componentes para creencias

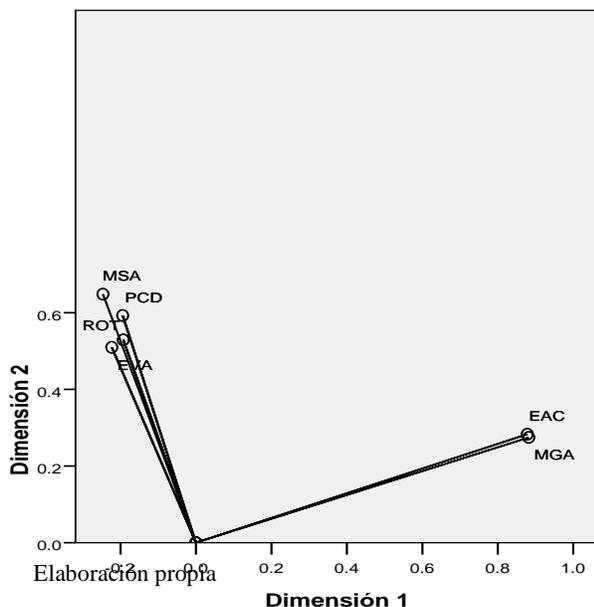
	Dimensión	
	1	2
Privilegio los contenidos disciplinares al evaluar a mis estudiantes PCD	-0,194	0,593
Con la evaluación busco que los estudiantes realicen un análisis crítico sobre la temática en cuestión EAC	0,878	0,283
Evaluar es ver los resultados de los estudiantes a partir de los objetivos trazados ROT	-0,193	0,529
Evaluar es el conjunto de estrategias para valorar analizar el aprendizaje de los estudiantes EVA	-0,223	0,510
La evaluación es una forma de medir el grado de aprehensión del conocimiento y su forma de aplicarlo MGA	0,882	0,275
La evaluación es un mecanismo para realizar seguimiento al aprendizaje de los estudiantes MSA	-0,247	0,649

Elaboración propia

En la tabla 1, se muestran las cargas o saturaciones de cada una de las seis variables, seleccionadas en cada una de las dos dimensiones del modelo CAPTCA, que representan las proyecciones de cada variable cuantificada, en el espacio de los objetos. Se trata del coeficiente de correlación, entre cada una de las variables intervinientes en el modelo. Como puede observarse, en la dimensión uno sólo dos variables alcanzan un coeficiente de correlación, (mayor al 50 %). El cual, muestra un alto grado de asociación y relación, con respecto a las ponderaciones dadas por los docentes al respectivo ítem.

En la dimensión dos, por el contrario, se encuentran cuatro variables cuyos coeficientes de correlación están por encima del 50%, evidenciando que en esta dimensión hay un grado mayor de asociación entre las variables; sin embargo, en la dimensión 1 aunque son menos las que presentan un grado de correlación, este valor es tan alto (comparativamente con la dimensión 2), que tienen una mayor fuerza explicativa del proceso estudiado. (Ver gráfico 1)

Gráfico 1. Diagrama biespacial para los ítems de creencias



El análisis de las creencias de los docentes de la Universidad Popular del Cesar, sobre la evaluación de los aprendizajes a partir del CAPTCA, permitió identificar dos grandes grupos plenamente diferenciados; el primero (correspondiente a la dimensión 1), con una elevada fuerza explicativa por su alto coeficiente, de correlación y que tiene su soporte (consciente o inconscientemente) en las teorías cognitivas (modelo constructivista). El cual, tiene la creencia que el estudiante debe realizar análisis crítico, en las pruebas y aplicar los conocimientos adquiridos y el segundo, (correspondientes a la dimensión 2) existen más ítems correlacionados que dan cuenta de la relación conceptual, entre los docentes y la tendencia al modelo tradicional. Asumen la evaluación, como un mecanismo para realizar seguimiento al aprendizaje, de los estudiantes, pero privilegiando los contenidos disciplinares a partir de su confrontación con los objetivos que se han propuesto desde sus distintas estrategias. Esta Concepción, se enmarca en el modelo de consecución de metas planteado por (Poham, 1980), este modelo concibe la evaluación como la determinación del grado en que se alcanzan las metas.

### 3.2 Cuestionario de Prácticas

#### 3.2.1 Tipo de prueba

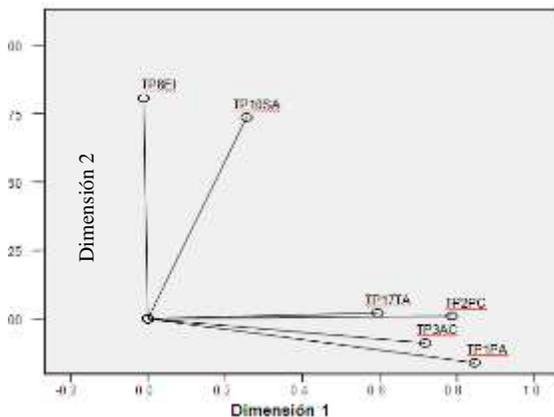
Tabla 2. Saturaciones en componentes tipos de pruebas		
**Pruebas más Utilizadas por los Docentes	Dimensión	
	1	2
1. Exámenes con preguntas abiertas PA	0,846	-0,161
17. Talleres TA	0,595	0,021
3. Exámenes con preguntas abiertas y cerradas AC	0,718	-0,089
8. Exámenes Individuales EI	-0,011	0,807
10. Exámenes sin ningún tipo de ayuda SA	0,256	0,736

2. Exámenes con preguntas cerradas PC	0,787	0,010
---------------------------------------	-------	-------

Elaboración propia

Estas dos dimensiones, mantienen relación con las dos creencias planteadas anteriormente, sin embargo la primera dimensión, permite observar dos modelos, el constructivista a partir de la utilización de estrategias como talleres y exámenes con preguntas abiertas, que permiten una mayor construcción del saber por parte de los estudiantes, con la posibilidad de realizar análisis crítico aplicación de los contenidos, pero también elementos del modelo tradicional, a través de la utilización de preguntas cerradas, que pueden llegar a limitar los aspectos planteados, y la segunda dimensión plenamente identificada con el modelo tradicional, de evaluación caracterizado por la realización de exámenes individuales sin que medie ningún tipo de ayuda.

Gráfico 2. Diagrama biespacial de los tipos de pruebas



Elaboración propia

### 3.2.2. Modalidad

Tabla 3. Saturaciones en componentes para modalidad

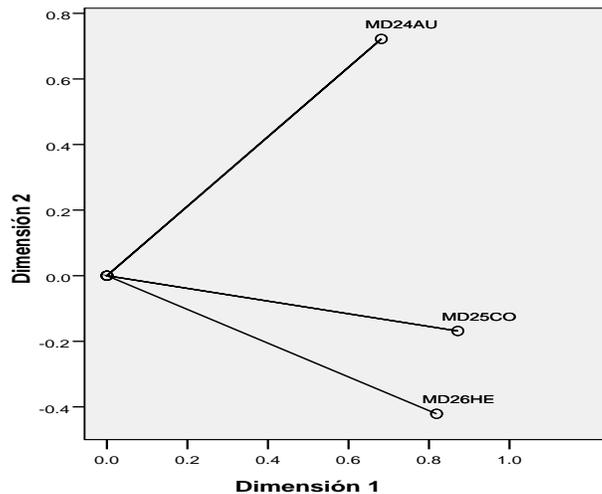
	Dimensión	
	1	2
24. Utilizo la autoevaluación como estrategia participativa de la evaluación AU	0,682	0,722
25. Utilizo la coevaluación como estrategia participativa de la evaluación CO	0,872	-0,169
26. Utilizo la heteroevaluación como estrategia participativa de la evaluación HE	0,819	-0,421

Elaboración propia

La tabla 3, indica que: en la primera dimensión, se ubican los docentes que utilizan: la coevaluación como estrategia participativa con un coeficiente de correlación de 0.872, la

heteroevaluación con un coeficiente de 0.819, y por último la autoevaluación con un 0.682, esto se asocia con la necesidad manifiesta en las creencias, de los profesores sobre el deber ser de la evaluación.

Gráfico 3. Diagrama biespacial para modalidad



### 3.3. Cruce de Variables

Relaciones entre conjuntos de variables. El análisis con OVERALS, permitió determinar la correlación entre los conjuntos de variables. En este caso las creencias con: tipos de pruebas y modalidad. Se aplicó el criterio de (Káiser, 1960), cuyo indicador de saturación es 0.40 en valor absoluto.

Tabla 4. Saturaciones en componentes creencia y tipo de prueba

Conjunto		Dimensión	
		1	2
1	3. Privilegio los contenidos disciplinares al evaluar a mis estudiantes PCD	,185	,674
	4. Con la evaluación busco que los estudiantes realicen un análisis crítico sobre la temática en cuestión EAC	,119	-,072
	25. Evaluar es ver los resultados de los estudiantes a partir de los objetivos trazados ROT	-,361	,426
	28. Evaluar es el conjunto de estrategias para valorar el aprendizaje de los estudiantes EVA	,076	,409
	31. La evaluación es una forma de medir el grado de aprehensión del conocimiento y su forma de aplicarlo MGA	-,373	,000
	32. La evaluación es un mecanismo para realizar seguimiento al aprendizaje de los estudiantes MSA	-,469	,124
2	1. Prefiero evaluar con preguntas abiertas PA	-,311	,344
	2. Opto por evaluar con preguntas cerradas PC	-,010	-,426
	3. Aplico exámenes con preguntas abiertas y cerradas AC	,099	-,324

	8. Evalúo a través de exámenes individuales EI	-,529	-,201
	10. Prefiero evaluar que no utilicen algún tipo de ayuda SA	-,435	-,285
	17. Ejecuto la evaluación aplicando talleres TA	,195	,075

Elaboración propia

En los resultados de la tabla 4, se observa que los docentes prefieren aplicar técnicas de evaluación tradicional: exámenes escritos, sin recursos e individuales. La extensa bibliografía sobre el tema, concluye que este tipo de evaluación sólo atiende a lo cognitivo. De acuerdo con Vásquez (2005), se evalúan habitualmente discursos poco o nada comprendidos, por los estudiantes, repetición de definiciones y fórmulas y no proceso del conocimiento propiamente dicho, ni las competencias derivadas de él. Los estudiantes, deben internalizar los conceptos transmitidos por los docentes o por los libros, sin importar si han comprendido, pues lo importante aquí es el resultado en números, lo cuantificable. Además, el resultado en la dimensión 2, determina la afinidad entre un grupo de docentes, cuando al evaluar privilegian los contenidos disciplinares y confirma la estrecha relación entre creencia y práctica evaluativa.

Sin embargo, los docentes que plantean creencias cognitivas no puntuaron al momento, de relacionarlas con los tipos de pruebas. Podría haber antagonismo entre su discurso y la praxis, (tabla 5).

Conjunto		Dimensión	
		1	2
1	3. Privilegio los contenidos disciplinares al evaluar a mis estudiantes PCD	,551	-,078
	4. Con la evaluación busco que los estudiantes realicen un análisis crítico sobre la temática en cuestión EAC	,101	,188
	25. Evaluar es ver los resultados de los estudiantes a partir de los objetivos trazados ROT	-,276	-,358
	28. Evaluar es el conjunto de estrategias para valorar analizar el aprendizaje de los estudiantes EVA	,556	-,147
	31. La evaluación es una forma de medir el grado de aprehensión del conocimiento y su forma de aplicarlo MGA	-,006	-,052
	32. La evaluación es un mecanismo para realizar seguimiento al aprendizaje de los estudiantes MSA	-,031	,584
2	24. Utilizo la autoevaluación como estrategia participativa de la evaluación AU	-,652	,253
	25. Utilizo la coevaluación como estrategia participativa de la evaluación CO	-,188	-,688
	26. Utilizo la heteroevaluación como estrategia participativa de la evaluación HE	,375	,018

Elaboración propia



En la tabla 5, resaltan las creencias sobre evaluación tradicional, sin embargo, debería tener predominio la heteroevaluación, pero es superada por la coevaluación y autoevaluación, las cuales son prácticas poco aplicadas en esta casa de estudios superiores. La evaluación como un proceso participativo, debe apuntar a las modalidades de evaluación, donde los roles del evaluador y del evaluado coinciden en las mismas personas. En la coevaluación, evaluadores y evaluados intercambian su papel alternativamente y la heteroevaluación, donde los evaluadores son personas distintas a las personas evaluadas. La autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, son procesos continuos y permanentes que se desarrollan en todo momento, tanto en las sesiones de trabajo como en las asambleas de evaluación y que permiten desarrollar, a su vez, procesos de formación en la participación protagónica, compromiso y transparencia. Misión-Ribas (2009).

#### 4- CONCLUSIONES

Se puede identificar que los procesos evaluativos, parecen ser los mismos de hace cinco décadas atrás, “exámenes parciales de selección múltiple, talleres en grupos y exposiciones. Pareciera que la evaluación de los aprendizajes, no estuviera sujeta a los cambios de una sociedad en permanente contacto con cierto grado de porosidad (Taylor 1999). La práctica evaluativa en este contexto, tiene como propósito disciplinar controlar, ejercer poder y cumplir con unos requisitos institucionales, dejando de lado todas las implicaciones didácticas. Otro aspecto por mencionar, en cuanto a las creencias evaluativas de los docentes, es el hecho que la evaluación no debe ser la última etapa, como tampoco en la medida de lo posible una acción recurrente en la educación universitaria.

Los hallazgos permiten inferir que un gran número de maestros se puede circunscribir en la evaluación del modelo tradicional. Lideran el acto evaluativo, guiados por lo que hacían sus profesores de antaño. Sus experiencias como estudiantes, les han conducido a desarrollar creencias que luego, cuando ellos mismos actúan como profesores, trasladan a la sala de clases (Lortie, 1975; & Rokeach, 1968). Sus preferencias, son los exámenes individuales y sin ningún tipo de ayuda, preparados de forma individual, con preguntas abiertas o preguntas abiertas y cerradas, comunican los resultados a los estudiantes a través de terceros o por internet, eliminando la posibilidad de utilizar la función pedagógica de la evaluación.

También se puede concluir, siguiendo los resultados de esta investigación, que un sector mínimo de los profesores se puede asimilar a la evaluación dentro del modelo cognitivo, pues creen que evaluar; es que el estudiante de cuenta no solo de procesos de aprehensión del conocimiento, sino del desarrollo de las estructuras de pensamiento. En tal sentido, los procedimientos evaluativos dependen mayoritariamente de las concepciones y propuestas de los profesores, quienes en algunas acciones no manifiestan un gran conocimiento, al respecto de cómo aprenden sus estudiantes.

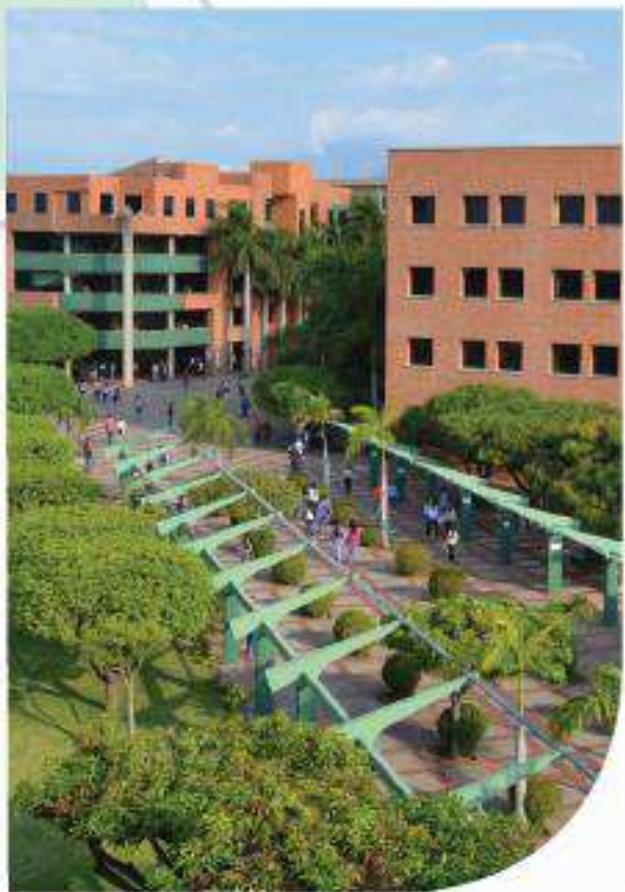
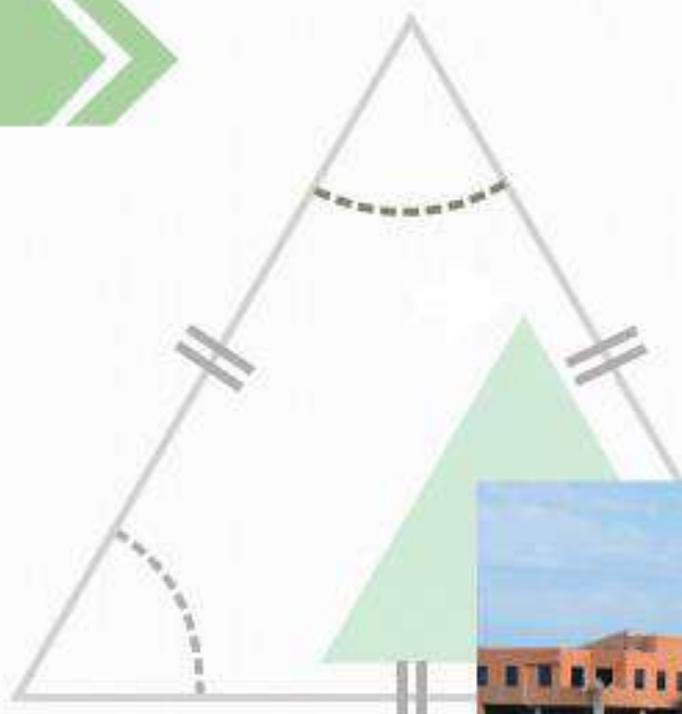
Las características de la evaluación, que realiza el profesor y la calidad de la misma van a depender de la naturaleza de los conocimientos en tanto que la mayoría de los profesores poseen una formación consistente en su campo profesional específico, no siempre tienen una adecuada cualificación pedagógica en evaluación de los aprendizajes, que garanticen la elaboración y aplicación de dichos procesamientos, de manera eficiente combinándolos con el contexto. Situación que a lo largo de la investigación, quedó reflejada por las diversas incoherencias entre las creencias y las prácticas.



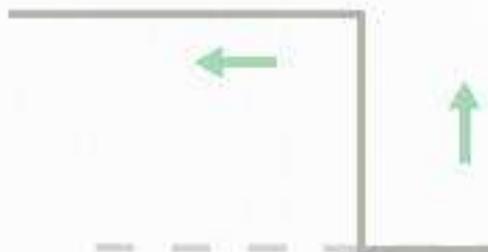
## BIBLIOGRAFÍA

- Blázquez y Tagle (2010). Las creencias sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje del inglés. *Porta Linguarum* 18. España.
- Bogoya, Daniel M. (2013). Elementos de Calidad de la Educación Superior en Colombia. Proyecto Investigación ICFES Bogotá.
- Contreras, G. (2010). Diagnóstico de dificultades de la evaluación del aprendizaje en la universidad: un caso particular en Chile. *Educación y educadores*, 13(2), pp. 219-238.
- Escorcia, Figueroa Y Molina (2008). La evaluación de los aprendizajes en las Instituciones de Educación Superior. Editorial Unimagdalena. Santa marta
- Ferreya, Ana Cecilia (2012). Creencias y concepciones docentes sobre la evaluación de los aprendizajes en el contexto universitario. Tesis Pontificia Universidad Católica de Perú.
- Martínez, Nelson (2013). Las creencias de los profesores universitarios sobre evaluación del aprendizaje. Editorial Universidad Don Bosco, el Salvador
- Méndez y Trillos (2007). Las Actitudes de los Estudiantes Hacia la Universidad como Indicador de Calidad. Tesis Doctoral. Santiago de Compostela
- Rodríguez & Ibarra (2014). Modalidades Participativas de Evaluación: un Análisis de la Percepción del Profesorado y de los Estudiantes Universitarios. *Revista de Investigación Educativa (RIE)* España.
- Rodríguez, Ibarra & García (2014). Autoevaluación, evaluación entre iguales y coevaluación: conceptualización y práctica en las universidades españolas.
- Toledo Y Rubio (2012). Creencias, rendimiento académico y actitudes de alumnos universitarios principiantes en un programa plurilingüe. *Porta Linguarum* 18. España
- Universidad Popular del Cesar. Proyecto Educativo Institucional (PEI).





A



R

